ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Μαθηματικά

Ε' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

1ος τόμος

Προσαρμοσμένη έκδοση για την ενίσχυση της προσβασιμότητας με τη μέθοδο easy to read - κείμενο για όλους

Έτος Έκδοσης 2020

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Μαθηματικά Ε΄ τάξης δημοτικού, προσαρμοσμένα για μαθητές και μαθήτριες με αναπηρία.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2014-2020
ανάπτυξη - εργασία - αλληλεγγύη

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

Συγγραφέας: Γκυρτής Κωνσταντίνος, Δρ Πληροφορικής - Μαθηματικός

Φιλολογική Επιμέλεια: Άννα Αφεντουλίδου, φιλόλογος αποσπασμένη στο ΙΕΠ

Πράξη: ΠΡΑΞΗ: «Καθολικός σχεδιασμός και ανάπτυξη προσβάσιμου ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού», MIS: 5001313

Άξονες Προτεραιότητας 6, 8, 9, στο πλαίσιο του Ε.Π. «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαικής Ένωσης (Ευρωπαικό Κοινωνικό Ταμείο-ΕΚΤ).

Υπεύθυνοι της Πράξης:	**Κουρμπέτης Βασίλης**, Σύμβουλος Α΄ Ειδικής Αγωγής και Εκπαίδευσης, ΥΠΑΙΘ (από 16/06/2016 έως 11/07/2019) **Γελαστοπούλου Μαρία**, Σύμβουλος Β΄ με εξειδίκευση στην Ειδική και Ενταξιακή Εκπαίδευση, ΙΕΠ (από 12/07/2019)

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
Ιωάννης Αντωνίου
Πρόεδρος του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής
Αν. Τσόχα 36, 11521 Αθήνα
Τηλ.: 213 1335100
Fax: 213 1335111
Ηλεκτρονικό Ταχυδρομείο: info@iep.edu.gr

Ο παρών τόμος αποτελεί παραδοτέο του Υποέργου 1 της Πράξης με τίτλο: «**ΠΕ3.9** Ανάπτυξη καθολικά σχεδιασμένου ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού για τα μαθηματικά της Ε' τάξης δημοτικού για μαθητές γενικής και ειδικής εκπαίδευσης.».

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Μαθηματικά Ε΄ τάξης δημοτικού, προσαρμοσμένα για μαθητές και μαθήτριες με αναπηρία.

Κωνσταντίνος Γκυρτής

Δρ Πληροφορικής - Μαθηματικός

Προσαρμοσμένη έκδοση

για την ενίσχυση της προσβασιμότητας

με τη μέθοδο easy to read -κείμενο για όλους

1ος τόμος

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Μαθηματικά

Ε' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Όλα τα κείμενα αποτελούν διασκευή των πρωτότυπων έργων, καθώς έχουν προσαρμοστεί για να εξυπηρετηθεί ο στόχος της προσβασιμότητας αυτών.

Προσαρμογή

Κωνσταντίνος Γκυρτής

Δρ Πληροφορικής - Μαθηματικός

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Αγαπητές συναδέλφισσες /Αγαπητοί συνάδελφοι

Το παρόν προσαρμοσμένο εκπαιδευτικό υλικό για τα Μαθηματικά της Ε΄ Δημοτικού δημιουργήθηκε στο πλαίσια του Υποέργου 1 της Πράξης «Καθολικός σχεδιασμός και ανάπτυξη προσβάσιμου ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού» - Οριζόντια Πράξη, με MIS 5001313 του ΙΕΠ. Το συγκεκριμένο προσαρμοσμένο εκπαιδευτικό υλικό για τα Μαθηματικά της Ε΄ Δημοτικού στόχο έχει να υποστηρίξει μαθητές/ήτριες με νοητική αναπηρία ή/και με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες που παρουσιάζουν δυσκολίες στην ανάγνωση και κατανόηση κειμένου. Το υλικό αυτό δημιουργεί, για τους εν λόγω μαθητές/ήτριες, ίσες ευκαιρίες συμμετοχής στην εκπαιδευτική και μαθησιακή διαδικασία παρέχοντας πρόσβαση στο Π.Σ. και συγκεκριμένα στο γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών προκειμένου να κατανοήσουν τις βασικές μαθηματικές έννοιες οι οποίες έχουν αποδοθεί με λόγο απλό και κατανοητό σύμφωνα με τις αρχές της μεθόδου easy to read «Κείμενο για Όλους» και σύμφωνα με τις απαιτήσεις/προδιαγραφές της Πράξης «Καθολικός σχεδιασμός και ανάπτυξη προσβάσιμου ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού».

Στο παρόν εγχειρίδιο επιχειρήθηκε το υλικό

- να διαθέτει τον επιστημονικό προσανατολισμό βάσει της διεθνούς έρευνας και εμπειρίας σχετικά με τη διδασκαλία των Μαθηματικών προσαρμοσμένο στην πραγματικότητα του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος
- να ακολουθεί όσο το δυνατόν πιο πιστά τις αρχές της μεθόδου easy to read «Κείμενο για Όλους». και
- να είναι εφαρμόσιμο στη διδακτική πράξη.

Το παρόν προσαρμοσμένο εκπαιδευτικό υλικό δε συνιστά από μόνο του υλικό αποκλειστικής χρήσης, ούτε φιλοδοξεί να εφαρμοστεί από την/τον εκπαιδευτικό, χωρίς καμία παρέκκλιση. Αντιθέτως στόχο αποτελεί το εγχειρίδιο να αποτελέσει υλικό βάσης, ώστε η/ο εκπαιδευτικός, που έχει μια συνολική εικόνα του εκπαιδευτικού προφίλ και της μαθησιακής πορείας των μαθητών/ριών της/του, να είναι σε θέση να σχεδιάζει τη διδασκαλία της/του και με εναλλακτικές τεκμηριωμένες επιστημονικά επιλογές. Στο παρόν εγχειρίδιο έχει διατηρηθεί η αρχική αρίθμηση των κεφαλαίων του σχολικού εγχειριδίου (Βιβλίο Μαθητή), με στόχο τη διευκόλυνση των εκπαιδευτικών.

Καθώς, η προσέγγιση της διδακτικής ύλης στα Μαθηματικά βασίζεται στην ανάλυση έργου και η κατάκτηση του περιεχομένου γίνεται σταδιακά και με βάση τα μαθησιακά και αναπτυξιακά χαρακτηριστικά κάθε μαθητή, ένας επιμέρους στόχος για τον μαθητή είναι ότι για να κατακτήσει ένα βήμα πρέπει πρώτα να έχει κατακτήσει το προηγούμενο (προαπαιτούμενη γνώση). Με το παρόν εγχειρίδιο η/ο εκπαιδευτικός έχει την ευχέρεια να αφιερώσει περισσότερο χρόνο σε ορισμένα κεφάλαια, ανάλογα με τις ανάγκες των μαθητών της/του, να αντικαταστήσει μια δραστηριότητα με μια άλλη, που σχετίζεται για παράδειγμα με το κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον των συγκεκριμένων μαθητών και να εκτιμήσει ποιο τμήμα από το υλικό που προτείνεται είναι καταλληλότερο για αυτούς.

Άρα, η/ο εκπαιδευτικός είναι αυτή/ός που σε κάθε στιγμή θα αποφασίσει, σύμφωνα με τις ανάγκες των μαθητών/τριών της/του τη διαφοροποίηση της διαδικασίας και του περιεχομένου. Έτσι, δίνεται η δυνατότητα στην/ον εκπαιδευτικό να το χρησιμοποιήσει, ακόμη και παράλληλα με το βιβλίο μαθητή των Μαθηματικών Ε’ Δημοτικού, με βάση την παιδαγωγική αξιολόγηση των μαθητών/ριών που απευθύνεται. Επίσης, το εν λόγω εκπαιδευτικό υλικό μπορεί να αξιοποιηθεί και για την διδασκαλία μαθητών/ριών με γενικότερες μαθησιακές δυσκολίες.

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό οργανώνεται σε τρεις τόμους. Ο διαχωρισμός κάθε τόμου έγινε με γνώμονα τη συνάφεια της ύλης και τον αριθμό των σελίδων. Έτσι, ο πρώτος τόμος περιλαμβάνει κεφάλαια από τις Ενότητες 1, 2 και 3 του συμβατικού βιβλίου Μαθηματικών Ε΄ Δημοτικού, ο δεύτερος τόμος περιλαμβάνει κεφάλαια από τις Ενότητες 5, 6 και 7 και τέλος ο τρίτος τόμος περιλαμβάνει κεφάλαια από την Ενότητα 8.

Κωνσταντίνος Γκυρτής

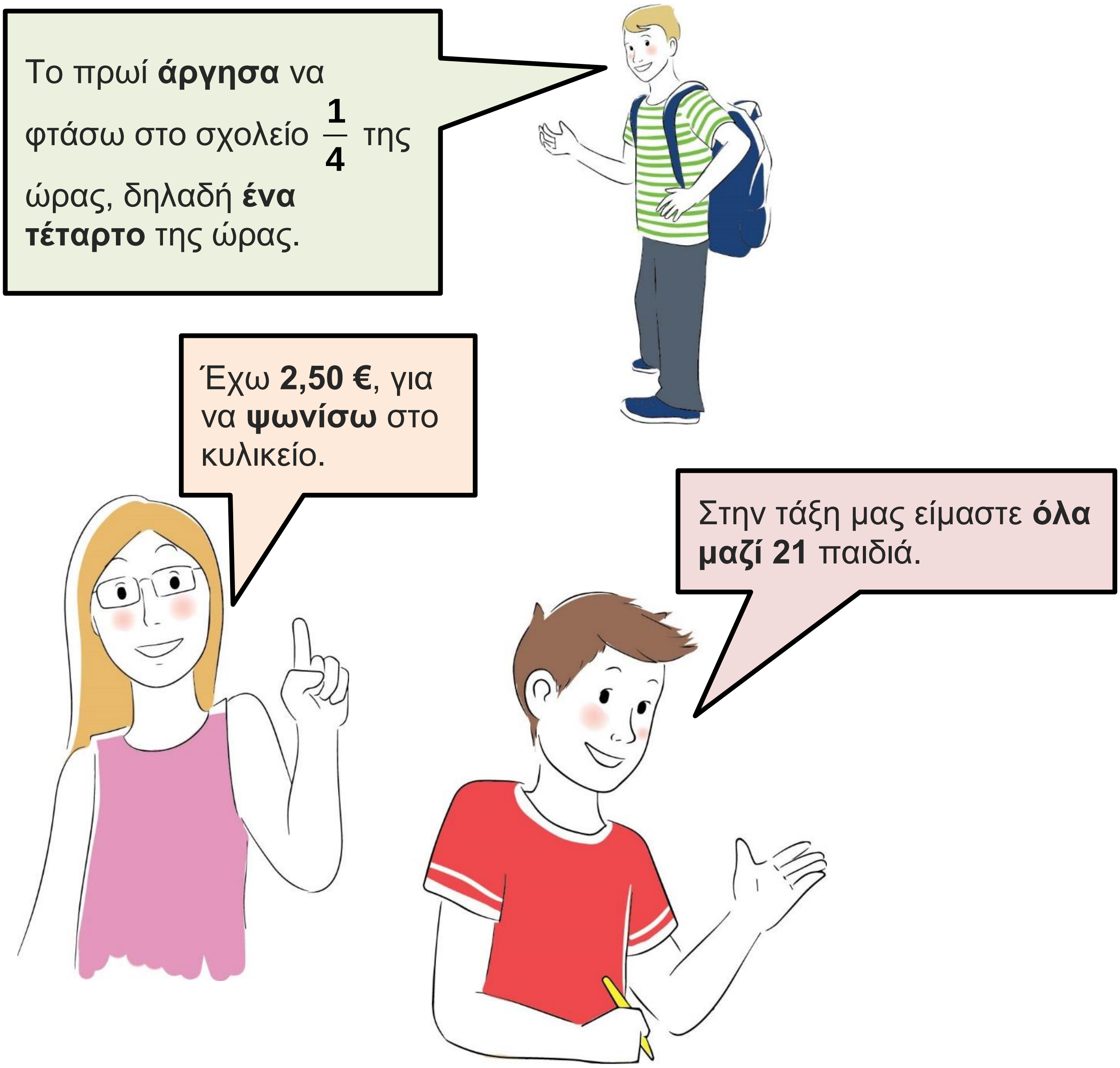
Δρ Πληροφορικής, Μαθηματικός

Μάιος 2019

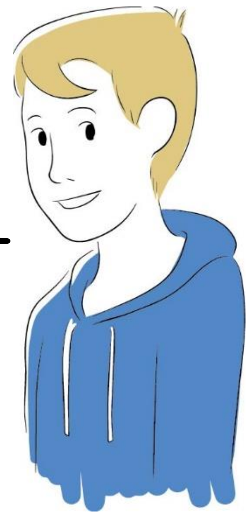
Ενότητα 1

Οι φυσικοί αριθμοί 4

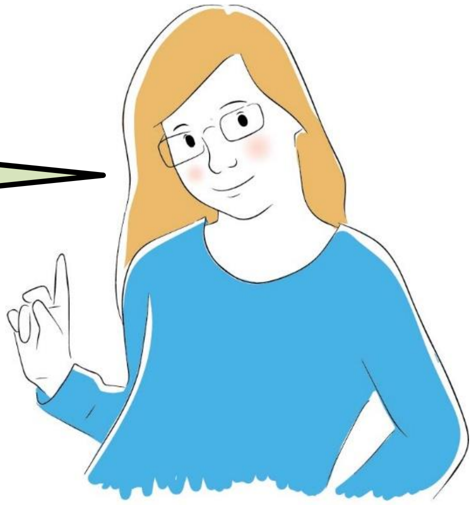
Διάβασε τα λόγια που λέει κάθε παιδί.



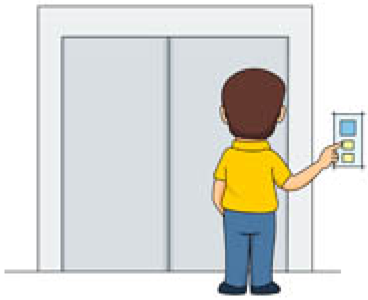
Έφτασα στο σχολείο **πολύ γρήγορα**, σε **χρόνο 0**.



Κάνουμε **όλα μαζί 13** διαφορετικά μαθήματα. Μας κάνουν μάθημα **7 δάσκαλοι**.



Για να πάμε στο **υπόγειο** της πολυκατοικίας μας, πατάμε στον **ανελκυστήρα** το κουμπί $\boxed{-1}$.



Ανελκυστήρας είναι η ελληνική λέξη για το **ασανσέρ**.

Η λέξη ασανσέρ που συνήθως χρησιμοποιούμε είναι γαλλική.

Γράψε μόνο τους **φυσικούς** αριθμούς
που είπαν τα παιδιά.

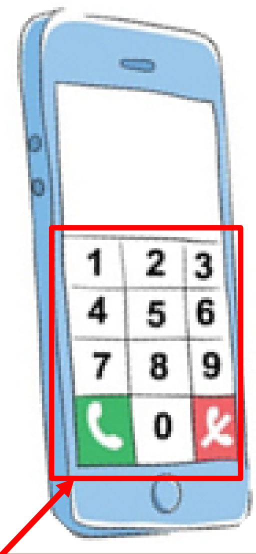
……………………………………………..

Φυσικοί είναι οι αριθμοί που χρησιμοποιούμε όταν θέλουμε μετρήσουμε ανθρώπους, ζώα ή **ολόκληρα** πράγματα.
Για παράδειγμα

- 5 μαθητές
- 123 αρνιά
- 4 καρέκλες.

Στη διπλανή εικόνα βλέπουμε
ένα **κινητό τηλέφωνο**

Δες προσεκτικά το πληκτρολόγιό του.

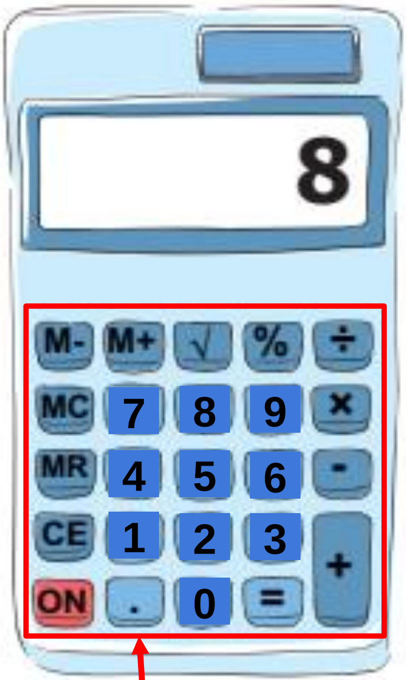


πληκτρολόγιο
του κινητού τηλεφώνου

Γράψε **πόσους** αριθμούς
βλέπεις στα πλήκτρα του.

…………………………………….

πλήκτρα λέμε τα κουμπιά
του κινητού τηλεφώνου



πληκτρολόγιο
της αριθμομηχανής τσέπης

Στη διπλανή εικόνα βλέπουμε
μια **αριθμομηχανή τσέπης**.

Δες προσεκτικά το πληκτρολόγιό της.

Μέτρα και γράψε **πόσους**
αριθμούς βλέπεις
στα πλήκτρα της.

……………………………………….

πληκτρολόγιο
της ταμειακής
μηχανής

Στη διπλανή εικόνα βλέπουμε
μια **ταμειακή μηχανή**.

Δες προσεκτικά το πληκτρολόγιό της.

Μέτρα και γράψε πόσους αριθμούς **βλέπεις** στα πλήκτρα της.

....
.

Για να γράψουμε τους αριθμούς χρησιμοποιούμε **ειδικά σύμβολα** που τα λέμε **ψηφία**.

Για παράδειγμα για να γράψουμε τον αριθμό **35** χρησιμοποιουμε το ψηφίο **3** και το ψηφίο **5**.

Γράψε στο κενό παρακάτω πώς λέμε
τα **ειδικά σύμβολα**
που χρησιμοποιούμε
για να γράψουμε τους φυσικούς αριθμούς.

…………………………………………………

Στον παρακάτω πίνακα θέλουμε να γράψουμε **όλα** τα ψηφία που χρησιμοποιούμε για να γράψουμε τους φυσικούς αριθμούς.

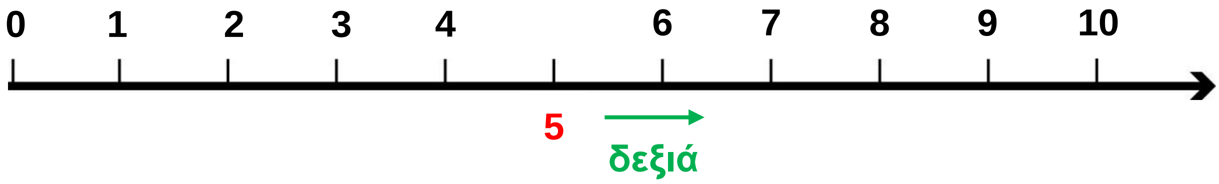
Γράψε όσα ψηφία λείπουν.

0	1	2							

Στην αριθμογραμμή όσοι αριθμοί γράφονται **δεξιά** από έναν αριθμό είναι μεγαλύτεροι από αυτόν.

Για παράδειγμα, στην αριθμογραμμή ο αριθμός **8** είναι **δεξιά** από τον αριθμό **5.**

Τότε ο αριθμός **8** είναι **μεγαλύτερος** από τον **5**.



Στην αριθμογραμμή όσοι αριθμοί

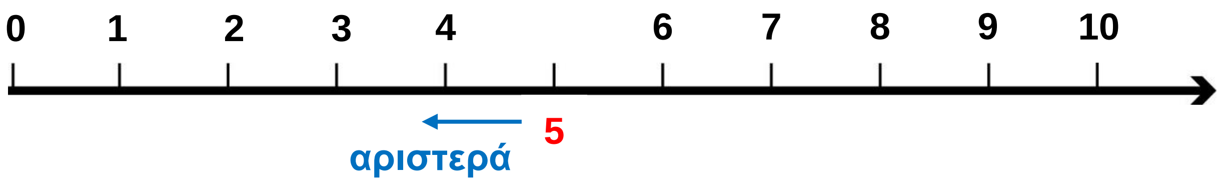
γράφονται **αριστερά** από έναν αριθμό

είναι μικρότεροι από αυτόν.

Για παράδειγμα, στην αριθμογραμμή ο αριθμός **3**

είναι **αριστερά** από τον αριθμό **5.**

Τότε, ο αριθμός **3** είναι **μικρότερος** από τον **5**.



Δες προσεκτικά το **πληκτρολόγιο**

της αριθμομηχανής τσέπης

στη διπλανή εικόνα.

Σε ορισμένα πλήκτρα έχουν **σβηστεί** τα ψηφία.

Γράψε τα ψηφία

που έχουν **σβηστεί**.

……………………………………….
.

Γράψε τον **μεγαλύτερο** φυσικό αριθμό
με τα ψηφία από τα πλήκτρα
που **δεν** έχουν σβηστεί.
Θα γράψεις κάθε ψηφίο **μόνο μια** φορά.

....

Γράψε τον **μικρότερο** φυσικό αριθμό
με τα ψηφία από τα πλήκτρα
που **δεν** έχουν σβηστεί.
Θα γράψεις κάθε ψηφίο **μόνο μια φορά**.

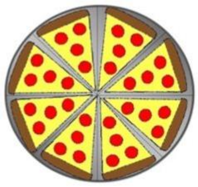
....

Συζητάμε στην τάξη μας για το
ποιος είναι ο **μικρότερος** φυσικός αριθμός.

Συζητάμε στην τάξη μας για το
αν υπάρχει ένας φυσικός αριθμός
που είναι **μεγαλύτερος**
από όλους τους άλλους φυσικούς αριθμούς.

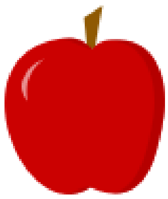
Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ονομάζουμε τους αριθμούς
  0, 1, 2, 3, …, 98, 99, 100, ..., 998, 999, 1000,…
  φυσικούς αριθμούς.
- Χρησιμοποιούμε τους φυσικούς αριθμούς
  όταν γράφουμε **ολόκληρες μονάδες**.

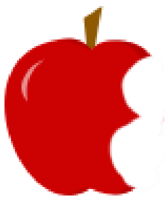


Η πίτσα στην διπλανή εικόνα
είναι μια **ολόκληρη μονάδα.**

Η πίτσα στην διπλανή εικόνα
δεν είναι μια ολόκληρη μονάδα
γιατί **λείπουν** τρία κομμάτια.



Το μήλο στην διπλανή εικόνα
είναι μια **ολόκληρη μονάδα.**



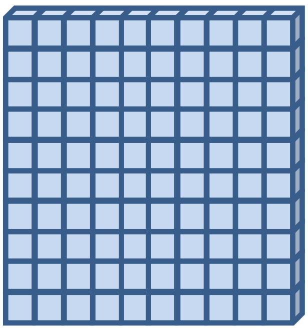
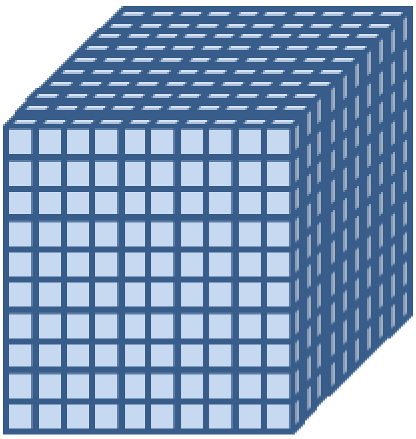
Το μήλο στην διπλανή εικόνα
δεν είναι μια ολόκληρη μονάδα
γιατί **λείπουν** κομμάτια.

Παραδείγματα

Γράφουμε φυσικούς αριθμούς
που δείχνουν ολόκληρες μονάδες.

- 3 βιβλία,
- 183 μαθητές,
- 165.000 €.

Για να φτιάξουμε φυσικούς αριθμούς χρησιμοποιούμε **μόνο ολόκληρες μονάδες**.

	1 μονάδα
	1 δεκάδα έχει 10 μονάδες
	1 εκατοντάδα έχει 10 δεκάδες 1 εκατοντάδα έχει 100 μονάδες
	1 χιλιάδα έχει 10 εκατοντάδες 1 χιλιάδα έχει 100 δεκάδες 1 χιλιάδα έχει 1.000 μονάδες

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν γράφουμε φυσικούς αριθμούς
  χρησιμοποιούμε **μόνο δέκα ψηφία**.
  Τα ψηφία **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8** και **9**.

Παραδείγματα

23

456

5.734

65.872.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν δεν έχουμε ολόκληρες μονάδες
  γράφουμε το 0.

Παραδείγματα

- Ο αριθμός 10 έχει 1 δεκάδα και **0 μονάδες**.
- Ο αριθμός 230 έχει
  2 εκατοντάδες
  3 δεκάδες
  και **0 μονάδες**.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν σε έναν αριθμό δεν έχουμε
  δεκάδες γράφουμε στη θέση τους το 0.

Παραδείγματα

- Ο αριθμός 302 έχει 3 εκατοντάδες, **0 δεκάδες** και 2 μονάδες.
- Ο αριθμός 200 έχει

  2 εκατοντάδες

  0 δεκάδες

  και 0 μονάδες.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν σε έναν αριθμό δεν έχουμε **εκατοντάδες** γράφουμε στη θέση τους το 0.

Παραδείγματα

- Ο αριθμός 3.027 έχει 3 χιλιάδες, **0 εκατοντάδες**, 2 δεκάδες και 7 μονάδες.
- Ο αριθμός 6.045 έχει 6 χιλιάδες, **0 εκατοντάδες**, 4 δεκάδες και 5 μονάδες.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Κάθε φυσικός αριθμός έχει

  έναν **επόμενο** και

  έναν **προηγούμενο** φυσικό αριθμό.

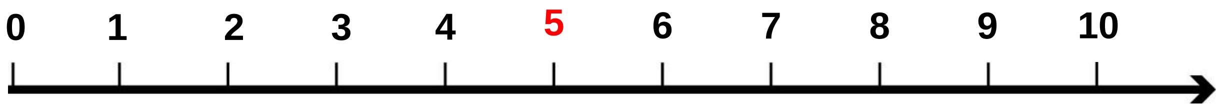
Στην αριθμογραμμή βλέπουμε ότι

- ο αριθμός **6** είναι

  ο επόμενος του αριθμού **5**

- ο αριθμός **4** είναι

  ο προηγούμενος του αριθμού **5**



Παραδείγματα

- Ο **προηγούμενος** του αριθμού **35** είναι το **34**,

  και ο **επόμενος** του αριθμού **35** είναι το **36**.

- Ο **προηγούμενος** του αριθμού **458** είναι το **457**,

  και ο **επόμενος** του αριθμού **458** είναι το **459**.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ο αριθμός 0 έχει **μόνο** επόμενο,

  τον αριθμό 1.

- Ο αριθμός 0 **δεν** έχει

  προηγούμενο φυσικό αριθμό.

Παραδείγματα

Προηγούμενος αριθμός	Αριθμός	Επόμενος αριθμός
Το 0 **δεν έχει** προηγούμενο	0	1

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν θέλουμε να γράψουμε τον **επόμενο** ενός φυσικού αριθμού, **προσθέτουμε** τον αριθμό **1** στον αριθμό αυτό.
- Όταν θέλουμε να γράψουμε τον **προηγούμενο** ενός φυσικού αριθμού, **αφαιρούμε** τον αριθμό **1** από τον αριθμό αυτό.

Παραδείγματα

Προηγούμενος αριθμός	Αριθμός	Επόμενος αριθμός
435 - 1= **434**	435	435 + 1= **436**
59.780 – 1=**59.779**	59.780	59.780 +1 =**59.781**
10.000 – 1 = **9.999**	10.000	10.000 + 1 = **10.001**

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- **Δεν** υπάρχει ένας φυσικός αριθμός
  που να είναι **μεγαλύτερος από όλους**
  τους άλλους φυσικούς αριθμούς.
- Όταν γράφουμε ένα φυσικό αριθμό
  μπορούμε **πάντα** να γράψουμε και τον **επόμενό** του.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ονομάζουμε τους αριθμούς
  0, 2, 4, 6, 8 **άρτιους**.
- Όλοι οι αριθμοί που τελειώνουν
  σε **0, 2, 4, 6, 8** είναι άρτιοι.

Παραδείγματα

- 138, είναι άρτιος γιατί τελειώνει σε 8.
- 66.000, είναι άρτιος γιατί τελειώνει σε 0.
- 1.357.192, είναι άρτιος γιατί τελειώνει σε 2.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ονομάζουμε τους αριθμούς
  1, 3, 5, 7, 9 **περιττούς**.
- Όλοι οι αριθμοί που τελειώνουν
  σε **1, 3, 5, 7, 9** είναι περιττοί.

Παραδείγματα

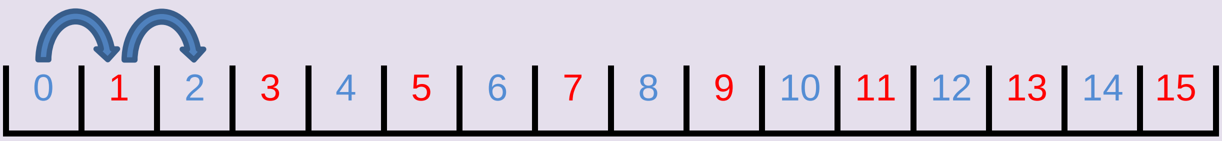
- 269, είναι περιττός γιατί τελειώνει σε 9.
- 258.021, είναι περιττός γιατί τελειώνει σε 1.
- 10.200.865, είναι περιττός γιατί τελειώνει σε 5.

Καλά παραδείγματα

Γράψε στα κενά τους αριθμούς **που λείπουν**.

0, 1, 2, 3, __, __, __, __, __, __, __, __, 12

Δες προσεκτικά τα βελάκια
στο παρακάτω σχήμα.
Γράψε ίδια βελάκια
από έναν αριθμό στον άλλον.
Ξεκίνα από το 2
και **φτάσε** μέχρι το 12.



Γράψε στα κενά τους αριθμούς **που λείπουν**.

0, 2, 4, 6, __, __, __, __, __, __, __,__, 24

Γράψε στα κενά τους αριθμούς **που λείπουν**.

1, 3, 5, 7, __, __, __, __, __, __, __, __, 25

Τι θυμόμαστε

- Κύκλωσε **έναν** από τους παρακάτω αριθμούς
  που είναι ο **επόμενος** φυσικός αριθμός του **1.000**.

  1.010

  1.001

  1.100

- Κύκλωσε **έναν** από τους παρακάτω αριθμούς
  που είναι ο **προηγούμενος** αριθμός του **10.000.000**.

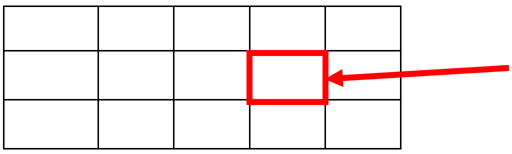
  99.999.999

  9.999.999

  9.099.999

Γράψε στο μεσαίο κελί του παρακάτω πίνακα
ένα φυσικό αριθμό.
Ύστερα γράψε στο **αριστερό** κελί
τον **προηγούμενο** του αριθμού που έγραψες.
Ύστερα γράψε στο **δεξί** κελί
τον **επόμενο** του αριθμού που έγραψες.

Προηγούμενος αριθμός	Αριθμός	Επόμενος αριθμός



κελί
λέμε ένα από
τα κουτάκια του πίνακα

Γράψε **πώς** βρήκες

τον **προηγούμενο** του φυσικού αριθμού

που έγραψες στον προηγούμενο πίνακα.

....

....

Γράψε **πώς** βρήκες

τον **επόμενο** του φυσικού αριθμού

που έγραψες στον προηγούμενο πίνακα.

....

....

Αξία θέσης ψηφίου στους φυσικούς αριθμούς 5

Διάβασε παρακάτω πληροφορίες για τον πληθυσμό της Κίνας.

πληθυσμός

πληθυσμός μιας χώρας είναι ο αριθμός
που δείχνει πόσοι είναι **όλοι** οι κάτοικοί της **μαζί**.

Η Κίνα έχει τους **περισσότερους** κατοίκους
από όλα τα άλλα κράτη **σε όλο** τον **κόσμο**.

Την 1η Ιουλίου του 2016 οι κάτοικοι ήταν
περίπου **ένα δισεκατομμύριο** και **τετρακόσια εκατομμύρια**.
Γράφουμε με αριθμούς
1.400.000.000 κάτοικοι.

Τις πληροφορίες για τον πληθυσμό της Κίνας
δίνει μια ειδική υπηρεσία,
η **Εθνική Στατιστική Υπηρεσία της Κίνας**.
Μπορείς να βρεις περισσότερες πληροφορίες
στην ηλεκτρονική διεύθυνση
http://data.stats.gov.cn/

Γράψε **πόσα** είναι **όλα** τα ψηφία
που έχει ο αριθμός
που δείχνει τον πληθυσμό της Κίνας.

....

Γράψε **ποια** είναι
τα **διαφορετικά** ψηφία στον αριθμό
που δείχνει τον πληθυσμό της Κίνας.

....

Γράψε **πόσα** είναι
τα **διαφορετικά** ψηφία στον αριθμό
που δείχνει τον πληθυσμό της Κίνας.

....

Γράψε στον παρακάτω πίνακα
τα υπόλοιπα ψηφία του αριθμού
που δείχνει τον πληθυσμό της Κίνας.

ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΧΙΛΙΑΔΕΣ			•	ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ
		1	.	4			.				.			

Ονομάζουμε τον παραπάνω πίνακα

πίνακα αξίας θέσης.

Στον πίνακα αξίας θέσης

μπορούμε να διαβάσουμε καλύτερα

την αξία που έχει κάθε ψηφίο σε έναν αριθμό.

Ονομάζουμε **αξία ψηφίου**

τον αριθμό των μονάδων που δείχνει

το ψηφίο αυτό μέσα στον αριθμό.

Για παράδειγμα βάζουμε τον αριθμό **627.459**

στον παρακάτω πίνακα αξίας θέσης.

ΧΙΛΙΑΔΕΣ				**ΜΟΝΑΔΕΣ**		
Ε	**Δ**	**Μ**	**.**	**Ε**	**Δ**	**Μ**
6	**2**	**7**	.	4	**5**	**9**

Ξεκινάμε από δεξιά και προς τα αριστερά

και διαβάζουμε τι αξία έχει κάθε ψηφίο.

- Το **9** δείχνει τις **μονάδες** του αριθμού
  και έχει αξία 9Χ1 = **9** μονάδες.
- Το **5** δείχνει τις **δεκάδες** του αριθμού
  και έχει αξία 5Χ10 = **50** μονάδες.
- Το **4** δείχνει τις **εκατοντάδες** του αριθμού
  και έχει αξία 4Χ100 = **400** μονάδες.
- Το **7** δείχνει τις **χιλιάδες** του αριθμού
  και έχει αξία 7Χ1.000 = **7.000** μονάδες.
- Το **2** δείχνει τις **δεκάδες χιλιάδων** του αριθμού
  και έχει αξία 2Χ10.000 = **20.000** μονάδες.
- Το **6** δείχνει τις **εκατοντάδες χιλιάδων** του αριθμού
  και έχει αξία 6Χ100.000 = **600.000** μονάδες.

Προσθέτουμε τις αξίες των ψηφίων

και βρίσκουμε τον αριθμό.

600.000 + 20.000 + 7.000 + 400 + 50 + 9 = 627.459

Γράψε **ποιο** είναι το ψηφίο
που έχει τη **μεγαλύτερη** αξία
στον αριθμό **1.400.000.000**.

....

Γράψε την **αξία** του ψηφίου
που έγραψες παραπάνω.

....

Ο Οργανισμός Ηνωμένων Εθνών προβλέπει

ότι το έτος **2050** η **Ινδία** θα έχει

τον **μεγαλύτερο** πληθυσμό σε όλο τον κόσμο.

Το έτος 2050 η Ινδία θα έχει

300 εκατομμύρια περίπου περισσότερους κατοίκους

από αυτούς που είχε η Κίνα τον Ιούλιο του 2016.

Μπορείς να βρεις και άλλες πληροφορίες
στην ηλεκτρονική διεύθυνση
http://www.un.org/

Γράψε παρακάτω
τον **πληθυσμό** που θα έχει η **Ινδία**
το έτος **2050**.

....

Γράψε στον παρακάτω πίνακα αξίας θέσης
τον **πληθυσμό** που θα έχει η **Ινδία**
το έτος **2050**.

ΔΙΣΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			•	ΧΙΛΙΑΔΕΣ			•	ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ		Ε	Δ	Μ
			.				.				.			

Συζητάμε στην τάξη μας για το
πώς μπορούμε να **διαβάζουμε**
πολυψήφιους αριθμούς.

Συζητάμε στην τάξη μας για το
πώς μπορούμε να **γράφουμε**
πολυψήφιους αριθμούς.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Η αξία των ψηφίων ενός φυσικού αριθμού σε **Μονάδες εξαρτάται από τη θέση** των ψηφίων στον αριθμό.

Παραδείγματα

3.000 = 3ΜΧ

3Δ = 30

3.333

300 = 3Ε

3Μ = 3

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Μπορούμε να γράψουμε έναν αριθμό

- με **ψηφία**

Παραδείγματα

Για να γράψουμε τον αριθμό 1.400.000.000 χρησιμοποιούμε τα ψηφία **1**, **4** και **0**.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Μπορούμε να γράψουμε έναν αριθμό

- με **λέξεις**

Παραδείγματα

Για να γράψουμε με λέξεις

τον αριθμό 1.400.000.000 γράφουμε

ένα δισεκατομμύριο τετρακόσια εκατομμύρια.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Μπορούμε να **χωρίσουμε** έναν αριθμό σε **τμήματα**.

Κάθε τμήμα θα έχει το πλήθος των μονάδων

που δείχνει την αξία κάθε ψηφίου στον αριθμό.

Όλα τα τμήματα μαζί (δηλαδή το άθροισμά τους)

δίνουν πάλι τον αριθμό.

Παραδείγματα

Στον αριθμό 1.400.000.000

- η αξία του ψηφίου 1 είναι

  1 Μονάδα Δισεκατομμυρίων =1.000.000.000 Μονάδες
- η αξία του ψηφίου 4 είναι

  4 Εκατοντάδες Εκατομμυρίων =400.000.000 Μονάδες.

Μπορούμε να γράψουμε

1.400.000.000 = 1.000.000.000 + 400.000.000

Καλά παραδείγματα

Γράψε στα κενά τους αριθμούς που λείπουν
για να είναι **σωστοί** οι πολλαπλασιασμοί.

10 = ... x 1

100 = ... x 10

1.000 = ... x 100

10.000 = ... x 1.000

Δες προσεκτικά τον παρακάτω
πίνακα αξίας θέσης.
Για να βρούμε την αξία θέσης
που έχουν οι Δεκάδες Μονάδων (ΔΜ)
πολλαπλασιάζουμε **επί 10**
την αξία θέσης που έχουν οι Μονάδες Μονάδων (ΜΜ).

Γράψε στα υπόλοιπα κενά
το **σύμβολο της πράξης** και
τον **αριθμό** που πρέπει.

...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	X10

ΕΔ	ΔΔ	ΜΔ	.	ΕΕ	ΔΕ	ΜΕ	.	ΕΧ	ΔΧ	ΜΧ	.	ΕΜ	ΔΜ	ΜΜ

Δες προσεκτικά τον παρακάτω

πίνακα αξίας θέσης.

Για να βρούμε την αξία θέσης

που έχουν οι Δεκάδες Δισεκατομμυρίων (ΔΔ)

διαιρούμε **δια 10**

την αξία θέσης που έχουν

οι Εκατοντάδες Δισεκατομμυρίων (ΕΔ).

Γράψε στα υπόλοιπα κενά

το **σύμβολο της πράξης** και

τον **αριθμό** που πρέπει.

ΕΔ	ΔΔ	ΜΔ	.	ΕΕ	ΔΕ	ΜΕ	.	ΕΧ	ΔΧ	ΜΧ	.	ΕΜ	ΔΜ	ΜΜ

:10	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Τι θυμόμαστε

- Να βρεις στον αριθμό **356.723.156** ποια είναι η αξία του ψηφίου 7.

  Κύκλωσε παρακάτω τη σωστή απάντηση.

  Α. Εκατοντάδες Εκατομμυρίων

  Β. Εκατοντάδες Χιλιάδων

  Γ. Δεκάδες Χιλιάδων

- Να βρεις ποιος είναι αριθμός που **λείπει** στο κενό που φαίνεται παρακάτω

  6.752.180=6.000.000+700.000+................+2.000+100+80

  Κύκλωσε παρακάτω τη σωστή απάντηση.

  Α. 500.000

  Β. 50.000

  Γ. 5.000

- Ο Αντρέι έγραψε τον αριθμό **τρία δισεκατομμύρια τετρακόσιες πενήντα χιλιάδες** με 3.450.006.000.

  Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

  Α. Ο Αντρέι έγραψε τον αριθμό **σωστά**.

  Β. Ο Αντρέι έγραψε τον αριθμό **λάθος**.

Σύγκριση και διάταξη των φυσικών αριθμών 6

Δες προσεκτικά τους αριθμούς στον παρακάτω πίνακα.

Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε

το πλήθος των τουριστών από κάθε ήπειρο

που επισκέφτηκαν την Ελλάδα το 2015.

Τον πίνακα έφτιαξε ο Ελληνικός Οργανισμός Τουρισμού.

Ήπειρος	**Πλήθος τουριστών**
Ευρώπη	20.715.664
Ασία	1.515.386
Αφρική	61.685
Αμερική	1.094.750
Ωκεανία	211.970

Πίνακας 1

Γράψε στον παρακάτω πίνακα αξίας θέσης
τους αριθμούς που φαίνονται
στον παραπάνω Πίνακα 1.

ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ			ΧΙΛΙΑΔΕΣ			ΜΟΝΑΔΕΣ		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ

Δες τους αριθμούς στον Πίνακα 1.
Γράψε από **ποια ήπειρο** ήρθαν
οι **περισσότεροι** τουρίστες στην Ελλάδα το 2015.

……………………………………………………………………

Δες τους αριθμούς στον Πίνακα 1.
Γράψε από **ποια ήπειρο** ήρθαν
οι **λιγότεροι** τουρίστες στην Ελλάδα το 2015.

……………………………………………………………………

Δες τους αριθμούς στον Πίνακα 1.

Γράψε από πού ήρθαν **περισσότεροι** τουρίστες,
από την **Ασία** ή την **Αμερική**;.

……………………………………………………………………

Γράψε πόσοι **περισσότεροι** ήταν
οι τουρίστες που ήρθαν από την Ασία.

……………………………………………………………………

Συζητάμε στην τάξη μας

πώς **συγκρίνουμε** πολυψήφιους αριθμούς

που έχουν **ίδιο** πλήθος ψηφίων.

Συζητάμε στην τάξη μας

πώς **συγκρίνουμε** πολυψήφιους αριθμούς

που **δεν** έχουν **ίδιο** πλήθος ψηφίων.

συγκρίνουμε αριθμούς

όταν συγκρίνουμε δύο αριθμούς **βρίσκουμε**

ποιος είναι **μεγαλύτερος** και ποιος είναι μικρότερος.

Δες τους αριθμούς στον Πίνακα 1.

Γράψε με σειρά τους αριθμούς

του πίνακα με το πλήθος των τουριστών.

Ξεκίνα από τον **μικρότερο** και συνέχισε

προς τον **μεγαλύτερο**.

______________<_____________<_____________<

< _____________<______________

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Για να **συγκρίνουμε** δύο φυσικούς αριθμούς,

μετράμε πρώτα πόσα ψηφία έχουν,

δηλαδή μετράμε το **πλήθος** των ψηφίων τους.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Αν οι δύο φυσικοί αριθμοί έχουν **διαφορετικό** πλήθος ψηφίων,

μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει τα **πιο πολλά ψηφία**.

Παραδείγματα

διαφορετικό πλήθος ψηφίων

16.230.010	**>**	**6.513.010**
ο αριθμός έχει **οκτώ** ψηφία		ο αριθμός έχει **επτά** ψηφία

Ο πρώτος αριθμός είναι μεγαλύτερος

γιατί έχει **περισσότερα** ψηφία από τον δεύτερο.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Αν οι δύο φυσικοί αριθμοί έχουν **ίσο** πλήθος ψηφίων,
συγκρίνουμε **ένα-ένα** τα ψηφία τους
που έχουν την **ίδια** θέση σε κάθε αριθμό.

Ξεκινάμε από τα **αριστερά προς τα δεξιά**
και συγκρίνουμε τα ψηφία που έχουν
την **ίδια** θέση σε **κάθε** αριθμό.

Μόλις βρούμε **διαφορετικά** ψηφία σταματάμε.

Μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει
το **μεγαλύτερο** ψηφίο στην ίδια θέση.

Παραδείγματα

ίσο πλήθος ψηφίων

ο αριθμός έχει οκτώ ψηφία

ο αριθμός έχει οκτώ ψηφία

16.230.010 > 15.130.109

Ίδια ψηφία στην **πρώτη** θέση.

Διαφορετικά ψηφία στη **δεύτερη** θέση. Σταματάμε.

Ξεκινάμε από αριστερά.

Στην πρώτη θέση από αριστερά

έχουν και οι δύο αριθμοί το **ίδιο** ψηφίο, το **1**.

Συνεχίζουμε στη **δεύτερη** θέση από αριστερά.

Στη δεύτερη θέση έχουν **διαφορετικά** ψηφία.

Ο πρώτος αριθμός έχει το **6**

και ο δεύτερος αριθμός έχει το **5**.

Σταματάμε.

Ο πρώτος αριθμός είναι **μεγαλύτερος**

γιατί στη **δεύτερη** θέση το **6 > 5**.

Καλά παραδείγματα

Γράψε **όλους** τους **τριψήφιους** αριθμούς
που μπορείς να φτιάξεις με τα ψηφία **2**, **7** και 9.
Θα γράψεις τα ψηφία **μόνο μία φορά** το καθένα.

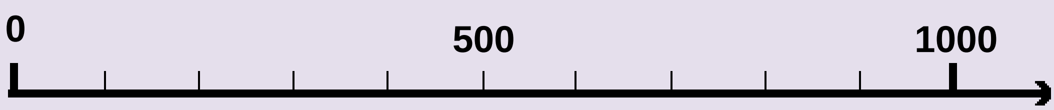
……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Γράψε τους αριθμούς που έφτιαξες παραπάνω
σε σειρά από τον **μικρότερο** στον **μεγαλύτερο**.

…………<…………<…………<…………<…………<…………

Γράψε τους αριθμούς που έφτιαξες παραπάνω
στην παρακάτω αριθμογραμμή.



Τι θυμόμαστε

Η Αγγελική έγραψε

2.397.726 < 235.987.

Γράψε ποιο είναι το λάθος της;

……………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………..

Γράψε γιατί

2.398.726 > 2.397.726.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

………………………………………………………………………….

Ο Νίκος λέει ότι ο μεγαλύτερος πενταψήφιος αριθμός είναι ο **99.990**.

Γράψε γιατί έκανε λάθος.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Γράψε όλους τους **τριψήφιους άρτιους** αριθμούς
που είναι **μεγαλύτεροι** από το **982**.

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

Η Δανάη έγραψε
«Γράφω τα ψηφία 1, 0 και 8, μία φορά το καθένα
και φτιάχνω έξι τριψήφιους αριθμούς».

Γράψε γιατί έκανε λάθος.

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

Ενότητα 2

Η πρόσθεση και η αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς 8

Διάβασε παρακάτω πληροφορίες για τους επισκέπτες του Μουσείου της Ακρόπολης.

Το Μουσείο της Ακρόπολης άρχισε να λειτουργεί τον Ιούνιο του 2009.

Πολλοί επισκέπτες από όλο τον κόσμο επισκέπτονται το Μουσείο της Ακρόπολης κάθε χρόνο.

Έτος λειτουργίας	Πλήθος επισκεπτών
πρώτο	1.950.539
δεύτερο	1.309.859
τρίτο	1.143.886
τέταρτο	1.036.059
πέμπτο	1.161.555
έκτο	1.460.135
έβδομο	1.425.100

Πίνακας 1

Μουσείο Ακρόπολης

Συζητάμε στην τάξη μας
τι είναι η **πρόσθεση** και τι η **αφαίρεση.**

Δες προσεκτικά τον Πίνακα 1 με τους επισκέπτες
που πήγαν κάθε χρόνο
στο Μουσείο της Ακρόπολης.
Γράψε ένα **πρόβλημα πρόσθεσης**
με αριθμούς από τον Πίνακα 1.

…………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………..

Γράψε τη **λύση** και την **απάντηση**
του προβλήματος που έφτιαξες προηγουμένως.

Λύση

……………………………………………………………………..

……………………………………………………………………..

……………………………………………………………………..

……………………………………………………………………..

Απάντηση

……………………………………………………………………..

……………………………………………………………………..

Γράψε στα κενά, εκεί που πρέπει, τις λέξεις
προσθετέους και **άθροισμα**

«Στο πρόβλημα πρόσθεσης, από
δύο ή περισσότερους φυσικούς αριθμούς,
τους οποίους ονομάζουμε ……………………
βρίσκουμε έναν τρίτο φυσικό αριθμό,
τον οποίο ονομάζουμε …………………….»

Δες προσεκτικά τον Πίνακα 1 με τους επισκέπτες
που πήγαν κάθε χρόνο
στο Μουσείο της Ακρόπολης.

Γράψε ένα **πρόβλημα αφαίρεσης**
με αριθμούς από τον Πίνακα 1.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Γράψε τη λύση και την απάντηση
του προβλήματος που έφτιαξες προηγουμένως.

Λύση

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Απάντηση

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Γράψε στα κενά, εκεί που πρέπει, τις λέξεις

μειωτέο, **αφαιρετέο** και **διαφορά.**

«Στο πρόβλημα αφαίρεσης,

από δύο φυσικούς αριθμούς,

τον ……………………………….και

τον …………………………,

βρίσκουμε έναν αριθμό,

τον οποίο ονομάζουμε ……………………….

Αν προσθέσουμε τη ……………………………

στον ……………………..παίρνουμε

ως άθροισμα τον ………………………»

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ονομάζουμε **πρόσθεση** την πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς βρίσκουμε έναν τρίτο φυσικό αριθμό, που ονομάζουμε **άθροισμα**.
- Ονομάζουμε τους αριθμούς που προσθέτουμε **προσθετέους**.

Παραδείγματα

$$\underbrace{120.900+25.086}_{\textbf{προσθετέοι}} = 145.986 \quad \textbf{άθροισμα}$$

1 **κρατούμενο**

$$\left.\begin{array}{r} 185 \\ 28 \\ +12.570 \end{array}\right\} \textbf{προσθετέοι}$$

$$\begin{array}{r} \hline 12.783 \end{array} \quad \textbf{άθροισμα}$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ονομάζουμε **αφαίρεση** είναι η πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς, τον **μειωτέο** και τον **αφαιρετέο**, βρίσκουμε έναν τρίτο φυσικό αριθμό, που ονομάζουμε **διαφορά**.

Παραδείγματα

μειωτέος - αφαιρετέος = διαφορά

90.639 - 80.325 = 10.314

647.516	**μειωτέος**
- 26.125	**-αφαιρετέος**
621.391	**διαφορά**

Καλά παραδείγματα

Γράψε **πόσα** είναι τα **αγόρια** της τάξης σου ……………….

Γράψε **πόσα** είναι τα **κορίτσια** της τάξης σου ……………….

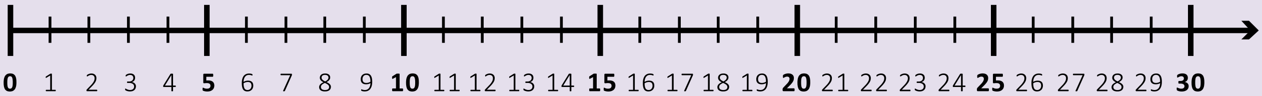
Βρες και γράψε πόσα είναι

όλα μαζί τα παιδιά της τάξης σου ……………….

Βάλε σε **κύκλο** στην παρακάτω αριθμογραμμή

τον **αριθμό** που δείχνει πόσα είναι

όλα τα παιδιά στην τάξη σου.



Γράψε πόσα είναι **όλα** τα παιδιά της τάξης σου ……………….

Γράψε **πόσα** είναι τα **αγόρια** της τάξης σου ……………….

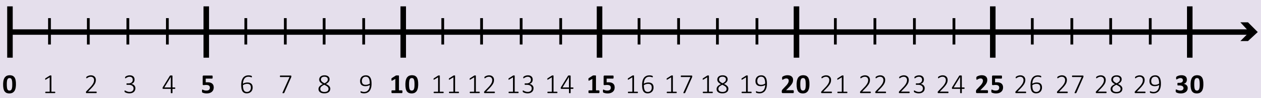
Βρες και γράψε πόσα είναι

τα **κορίτσια** της τάξης σου ……………….

Βάλε σε **κύκλο** στην παρακάτω αριθμογραμμή

τον **αριθμό** που δείχνει πόσα είναι

τα **κορίτσια** της τάξης σου.



Τι θυμόμαστε

Ο Αντρέι έγραψε

12.382 + 12.258 = 12.258 + 12.382.

Αυτό που έγραψε είναι σωστό.

Γράψε **γιατί** είναι **σωστό**.

....

....

....

Η Αγγελική έγραψε

12.382 - 12.258 = 12.258 - 12.382.

Γράψε **ποιο** είναι το **λάθος** της;

....

....

....

Σε μια πρόσθεση μπορούμε να δούμε,
αν το άθροισμα που βρήκαμε είναι σωστό.
Γράψε **πώς** μπορούμε να το κάνουμε.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Σε μια αφαίρεση μπορούμε να δούμε,
αν η διαφορά που βρήκαμε είναι σωστή.
Γράψε **πώς** μπορούμε να το κάνουμε.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Στην κάθετη πρόσθεση
γράφουμε τους αριθμούς έτσι ώστε
οι Μονάδες να είναι κάτω από τις Μονάδες,
οι Δεκάδες κάτω από τις Δεκάδες, κ.ο.κ

Γράψε **γιατί** το κάνουμε αυτό.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Στην κάθετη αφαίρεση
γράφουμε τους αριθμούς έτσι ώστε
οι Μονάδες να είναι κάτω από τις Μονάδες,
οι Δεκάδες κάτω από τις Δεκάδες, κ.ο.κ

Γράψε **γιατί** το κάνουμε αυτό.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Ο πολλαπλασιασμός στους φυσικούς αριθμούς 9

Διάβασε παρακάτω πληροφορίες
για τον πολλαπλασιασμό φυσικών αριθμών.

Πολλές φορές ονομάζουμε τον

πίνακα του πολλαπλασιασμού **προπαίδεια**.

Μπορούμε να συμπληρώσουμε

τον πίνακα του πολλαπλασιασμού με διάφορους τρόπους.

Συζητάμε στην τάξη μας
για **τρόπους** με τους οποίους μπορούμε
να **συμπληρώσουμε** τον πίνακα του πολλαπλασιασμού.

Γράψε το **αποτέλεσμα** που βρίσκουμε
όταν **πολλαπλασιάζουμε** έναν αριθμό με το **1**.

....

Γράψε το **αποτέλεσμα** που βρίσκουμε
όταν **πολλαπλασιάζουμε** έναν αριθμό με το **0**.

....

Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα πολλαπλασιασμού.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Γράψε ένα **πρόβλημα πολλαπλασιασμού** με δύο **διαφορετικούς διψήφιους** αριθμούς.

....

....

....

....

Γράψε τη **λύση** και την **απάντηση**
του προβλήματος που έφτιαξες προηγουμένως.

Λύση

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Απάντηση

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Συζητάμε στην τάξη μας
για το **πότε** κάνουμε **πολλαπλασιασμό**
σε ένα πρόβλημα.

Συζητάμε στην τάξη μας
για το **πώς πολλαπλασιάζουμε**
διψήφιους αριθμούς.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ονομάζουμε **πολλαπλασιασμό** την πράξη με την οποία από δύο φυσικούς αριθμούς βρίσκουμε έναν τρίτο φυσικό αριθμό, που ονομάζουμε **γινόμενο** των αριθμών αυτών.
- Ονομάζουμε τους αριθμούς που πολλαπλασιάζουμε **παράγοντες** του γινομένου.

Παραδείγματα

$$\overbrace{8 \times 9}^{\textbf{παράγοντες}} = 72 \quad \textbf{γινόμενο}$$

$$\left.\begin{array}{ccccc} & & 4 & 3 & 6 \\ & & \times & 2 & 7 \end{array}\right\} \textbf{παράγοντες}$$

$$\begin{array}{ccccc} \hline & 3 & 0 & 5 & 2 \\ + & 8 & 7 & 2 & \\ \hline 1 & 1 & 7 & 7 & 2 \end{array} \quad \textbf{γινόμενο}$$

Παραδείγματα

Πρόβλημα 1ο

Ένας υπάλληλος παίρνει για **κάθε εβδομάδα**

που εργάζεται 250 €.

Βρες πόσα ευρώ παίρνει τον **μήνα**.

Λύση

Κάνω πολλαπλασιασμό.

4 x 250 € = 1.000 €

Απάντηση

Ο υπάλληλος παίρνει 1.000 € το μήνα.

Παραδείγματα

Πρόβλημα 2ο

Η Μαρία έχει 6 βόλους.

Ο Γιάννης έχει **διπλάσιους** βόλους από τη Μαρία.

Βρες πόσους βόλους έχει ο Γιάννης.

Λύση

Κάνω πολλαπλασιασμό.

2 x 6 βόλοι = 12 βόλοι.

Απάντηση

Ο Γιάννης έχει 12 βόλους.

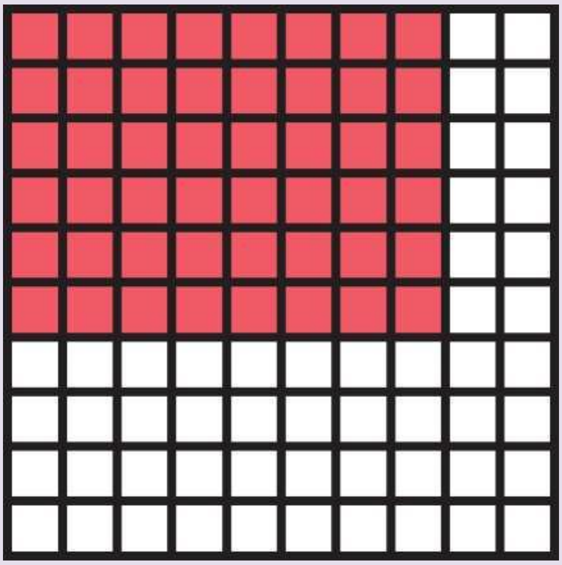
Καλά παραδείγματα

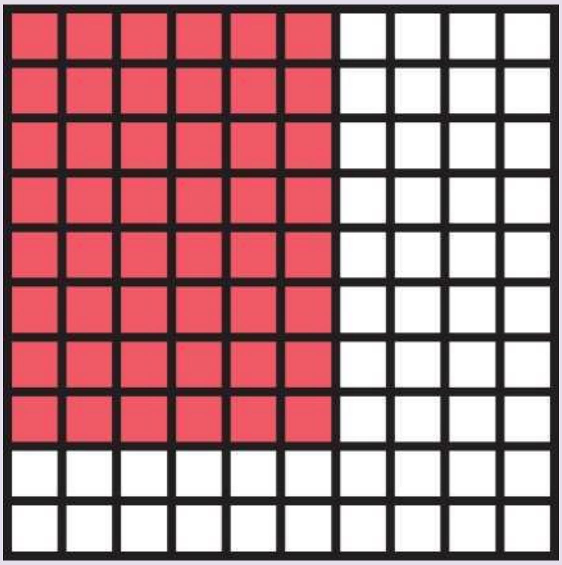
Άσκηση 1

Δες προσεκτικά τα παρακάτω σχήματα.

Μέτρησε **πόσα** είναι τα **κόκκινα** τετραγωνάκια

που έχει κάθε τετράγωνο.





Στο πρώτο τετράγωνο αριστερά βλέπουμε

6 σειρές και κάθε σειρά έχει **8 κόκκινα** τετραγωνάκια.

Κάνουμε πολλαπλασιασμό και βρίσκουμε

ότι υπάρχουν 6 Χ 8 = **48** κόκκινα τετραγωνάκια.

Στο δεύτερο τετράγωνο δεξιά βλέπουμε

8 σειρές και κάθε σειρά έχει **6 κόκκινα** τετραγωνάκια.

Κάνουμε πολλαπλασιασμό και βρίσκουμε

ότι υπάρχουν 8 Χ 6 = **48** κόκκινα τετραγωνάκια.

Δηλαδή καθένα από τα παραπάνω τετράγωνα

έχει **48 κόκκινα** τετραγωνάκια.

Επειδή **6 X 8 = 8 X 6 = 48** λέμε ότι

«Όταν πολλαπλασιάζουμε δύο αριθμούς δεν έχει σημασία

ποιον αριθμό γράφουμε πρώτο και

ποιον αριθμό γράφουμε δεύτερο.

Βρίσκουμε πάντα το **ίδιο** γινόμενο.»

6 x 8 = 8 x 6

Άσκηση 2

Δες προσεκτικά τις παρακάτω σειρές.

8	8	8	8	8	8

6	6	6	6	6	6	6	6

Βρες **πόσες μονάδες** έχει κάθε σειρά.

Κάθε κουτάκι στην πράσινη σειρά έχει 8 μονάδες.

Τα 6 κουτάκια της πράσινης σειράς

έχουν όλες μαζί **6 x 8 = 48** μονάδες.

Κάθε κουτάκι στην κίτρινη σειρά έχει 6 μονάδες.

Τα 8 κουτάκια της κίτρινης σειράς

έχουν όλες μαζί **8 x 6 = 48** μονάδες.

Επειδή **6 X 8 = 8 X 6 = 48** λέμε ότι

«Όταν πολλαπλασιάζουμε δύο αριθμούς δεν έχει σημασία

ποιον αριθμό γράφουμε πρώτο και

ποιον αριθμό γράφουμε δεύτερο.

Βρίσκουμε πάντα το **ίδιο** γινόμενο.»

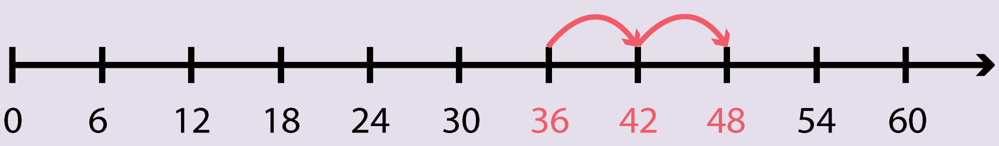
6 x 8 =8 x 6

Άσκηση 3

Βρες το γινόμενο **6 x 8.**

Θέλουμε να υπολογίσουμε το γινόμενο **6 x 8**

Θα χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω αριθμογραμμή.



Ξεκινάμε με το διπλό γινόμενο **6 x 6 = 36**.

Σε αυτό το γινόμενο προσθέτουμε

πρώτα ένα 6 και φτάνουμε στο 42.

Στο 42 προσθέτουμε άλλο ένα 6

και φτάνουμε στο 48.

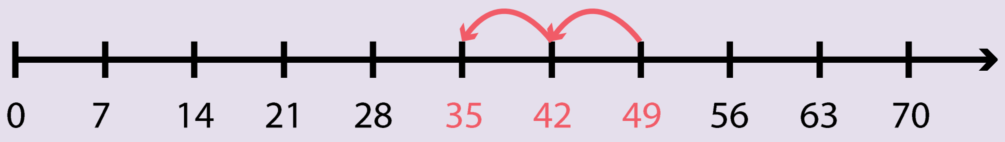
Δηλαδή, 6 x 8 = 36 + 6 + 6 = 42 + 6 = 48.

Άσκηση 4

Βρες το γινόμενο 5 x 7.

Θέλουμε να υπολογίσουμε το γινόμενο **5 x 7**

Θα χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω αριθμογραμμή.



Ξεκινάμε με το διπλό γινόμενο **7 x 7 = 49**.

Από αυτό το γινόμενο αφαιρούμε

πρώτα ένα 7 και φτάνουμε στο 42.

Από το 42 αφαιρούμε άλλο ένα 7

και φτάνουμε στο 35.

Δηλαδή, 5 x 7 = 49 - 7 - 7 = 42 - 7 = 35.

Τι θυμόμαστε

Ο Νίκος ξέρει ότι **4 x 4 =16**.

Για να βρει το γινόμενο **4 x 7** έγραψε

$$4 \times 7 = 16 + 4 + 4 + 4 = 16 + 12 = 28.$$

Με τον ίδιο τρόπο βρες το γινόμενο **4 x 6.**

………………………………………………………………………….

Η Δανάη για να βρει το γινόμενο **8 x 9** έγραψε

$$8 \times 9 = 8 \times 10 - 8 = 80 - 8 = 72.$$

Δηλαδή, πρώτα βρήκε το γινόμενο **8x10**

και ύστερα από το γινόμενο αυτό **αφαίρεσε** το **8**.

Με τον ίδιο τρόπο βρες το γινόμενο **7 x 9.**

…………………………………………………………………………..

Πολλαπλάσια και διαιρέτες 10

Διάβασε παρακάτω πληροφορίες για τα πολλαπλάσια και τους διαιρέτες φυσικών αριθμών.

Όταν πολλαπλασιάζουμε δύο αριθμούς

βρίσκουμε έναν άλλο αριθμό

που είναι το **γινόμενό** τους.

Το γινόμενο αυτό είναι

πολλαπλάσιο και των δύο αριθμών.

Για παράδειγμα

- στο γινόμενο **4 X 3 = 12**,
  το **12** είναι πολλαπλάσιο του **3** και
  το **12** είναι πολλαπλάσιο του **4**.
- στο γινόμενο **7 X 8 = 56**,
  το **56** είναι πολλαπλάσιο του **7** και
  το **56** είναι πολλαπλάσιο του **8**.

Χρωμάτισε το διπλανό τετραγωνάκι
πρώτα με **κόκκινο** και ύστερα
με **μπλε** χρώμα.
Γράψε το **χρώμα** που
έχει τώρα το τετραγωνάκι ....

Πίνακας Πολλαπλασιασμού

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Χρωμάτισε στον παραπάνω
Πίνακα Πολλαπλασιασμού
με **κόκκινο** χρώμα
όλα τα τετραγωνάκια που έχουν
τα πολλαπλάσια του 2.

Χρωμάτισε στον προηγούμενο
Πίνακα Πολλαπλασιασμού
με **μπλε** χρώμα
όλα τα τετραγωνάκια που έχουν
τα πολλαπλάσια του 5.

Δες προσεκτικά τον προηγούμενο
Πίνακα Πολλαπλασιασμού.
Γράψε τους αριθμούς που τα
τετραγωνάκια τους είναι χρωματισμένα
με χρώμα **μοβ**.

....

....

Δες προσεκτικά τον προηγούμενο
Πίνακα Πολλαπλασιασμού.
Γράψε τον **μικρότερο** αριθμό που το
τετραγωνάκι του είναι χρωματισμένο
με χρώμα **μοβ**.

....

Χρωμάτισε το διπλανό τετραγωνάκι
πρώτα με **κίτρινο** και ύστερα
με **γαλάζιο** χρώμα.
Γράψε το χρώμα που
έχει τώρα το τετραγωνάκι ....

Πίνακας Πολλαπλασιασμού

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Στον προηγούμενο Πίνακα Πολλαπλασιασμού
διάλεξε τα τετραγωνάκια με τα πολλαπλάσια
ενός αριθμού που θέλεις.
Χρωμάτισε **όλα** αυτά τα τετραγωνάκια
με **κίτρινο** χρώμα.

Στον προηγούμενο πίνακα του πολλαπλασιασμού
διάλεξε τα τετραγωνάκια με τα πολλαπλάσια
ενός ακόμα αριθμού που θέλεις.
Χρωμάτισε **όλα** τα αυτά τα τετραγωνάκια
με **γαλάζιο** χρώμα.

Δες πάλι προσεκτικά τον προηγούμενο
Πίνακα Πολλαπλασιασμού.
Γράψε τους αριθμούς που τα
τετραγωνάκια τους είναι χρωματισμένα
με χρώμα **πράσινο**.

....

....

Δες πάλι προσεκτικά τον προηγούμενο
Πίνακα Πολλαπλασιασμού.
Γράψε τον **μικρότερο** αριθμό που το
τετραγωνάκι του είναι χρωματισμένο
με χρώμα **πράσινο**.

....

Συζητάμε στην τάξη μας
για τα **ζευγάρια** αριθμών
που έχουν **γινόμενο** τον αριθμό **8**.

Πίνακας Πολλαπλασιασμού

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Δες προσεκτικά τον προηγούμενο
Πίνακα Πολλαπλασιασμού.
Κύκλωσε τα τετραγωνάκια
που περιέχουν τον αριθμό **8**.
Γράψε τα **ζευγάρια** των αριθμών
που έχουν **γινόμενο** τον αριθμό **8**.

....

....

Γράψε τους αριθμούς

που **διαιρούν** τον αριθμό **8**.

....

Συζητάμε στην τάξη μας

για τα **ζευγάρια** αριθμών

που έχουν **γινόμενο** τον αριθμό **12**.

Δες πάλι προσεκτικά τον Πίνακα Πολλαπλασιασμού

στην προηγούμενη σελίδα.

Κύκλωσε τα τετραγωνάκια

που περιέχουν τον αριθμό **12**.

Γράψε τα **ζευγάρια** των αριθμών

που έχουν **γινόμενο** τον αριθμό **12**.

....

....

Γράψε τους αριθμούς

που **διαιρούν** τον αριθμό **12**.

....

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού είναι

όλοι οι αριθμοί που βρίσκουμε

όταν πολλαπλασιάσουμε

αυτόν τον φυσικό αριθμό

με **όλους** τους φυσικούς αριθμούς.

Παραδείγματα

Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό 3

με **όλους** τους φυσικούς αριθμούς

0 x 3, **1 x 3**, **2 x 3**, **3 x 3**,...,

και βρίσκουμε τους αριθμούς **0**, **3**, **6**, **9**,...

Οι αριθμοί **0**, **3**, **6**, **9**,... είναι

πολλαπλάσια του αριθμού **3**.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Ονομάζουμε **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο** (**Ε.Κ.Π.**)

δύο ή περισσότερων αριθμών που **δεν** είναι 0,

έναν αριθμό που **δεν είναι 0** και είναι

το **μικρότερο** από **όλα**

τα **κοινά πολλαπλάσια** των αριθμών αυτών.

κοινά πολλαπλάσια

Κοινά πολλαπλάσια δύο αριθμών
είναι οι αριθμοί που είναι πολλαπλάσια
και των δύο αριθμών.

Για παράδειγμα
οι αριθμοί **6**, **12**, **18** είναι
πολλαπλάσια του αριθμού **2**
και του αριθμού **3**.
Οι αριθμοί **6**, **12**, **18** είναι
κοινά πολλαπλάσια
των αριθμών **2** και **3**.

Πολλαπλάσια του **2**	0	2	4	**6**	8	10	12	14	16	18	20	22	…
Πολλαπλάσια του **3**	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	…

Παραδείγματα

Πολλαπλάσια του **2** είναι οι αριθμοί

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, ...

Πολλαπλάσια του **5** είναι οι αριθμοί

0, 5, 10, 15, 20, 25, ...

Κοινά Πολλαπλάσια του **2** και του **5** είναι οι αριθμοί

0, 10, 20, ...

Ο μικρότερος αριθμός που **δεν** είναι 0

και είναι **κοινό πολλαπλάσιο** του **2** και του **5**

είναι ο αριθμός **10**.

Τότε γράφουμε **Ε.Κ.Π.(2,5)**=**10**.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Ονομάζουμε **Διαιρέτες** ενός φυσικού αριθμού

όλους τους φυσικούς αριθμούς

που **διαιρούν** τον αριθμό αυτό.

Παραδείγματα

Οι αριθμοί **1**, **2**, **4** και **8** είναι

διαιρέτες του αριθμού 8 γιατί

8 : 1 = 8, **8 : 2 = 4**, **8 : 4 = 2** και **8 : 8 = 1**.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Οι διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού είναι

μικρότεροι ή **ίσοι** με τον αριθμό αυτό.

Παραδείγματα

Οι διαιρέτες του αριθμού 12 είναι

οι αριθμοί **1, 2, 3, 4, 6, 12**.

Οι αριθμοί **1, 2, 3, 4, 6** είναι

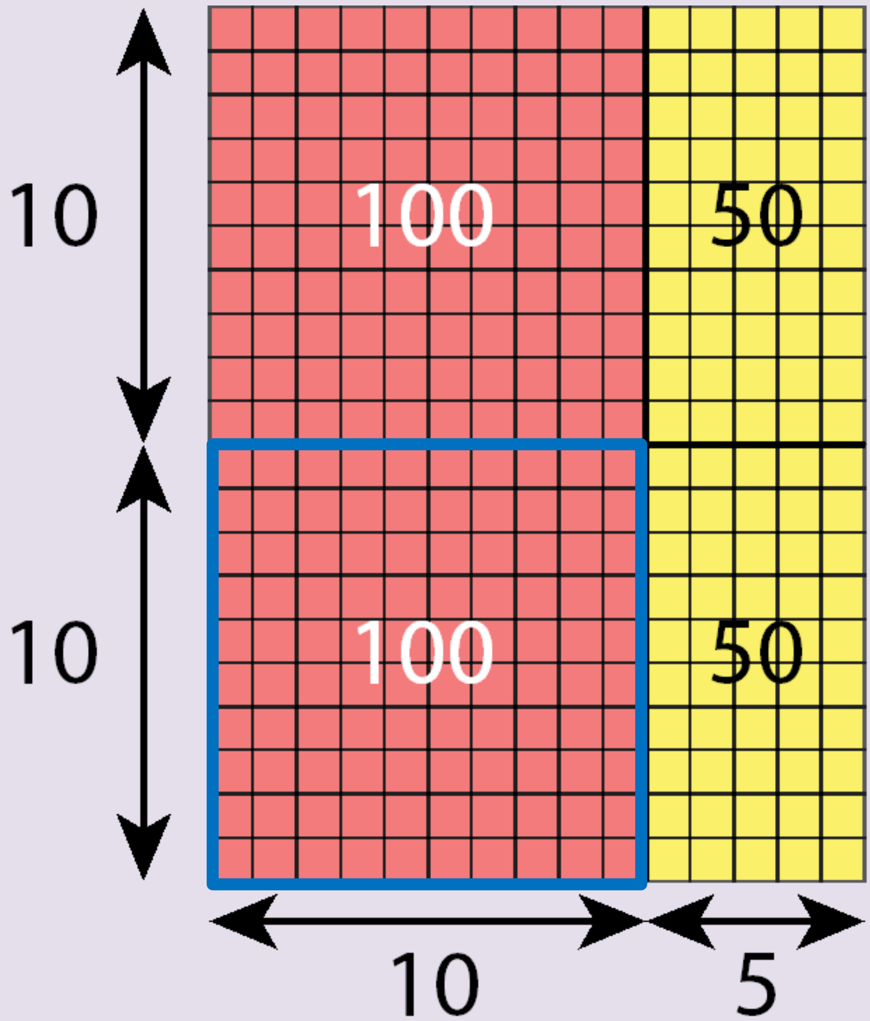
μικρότεροι από τον αριθμό 12.

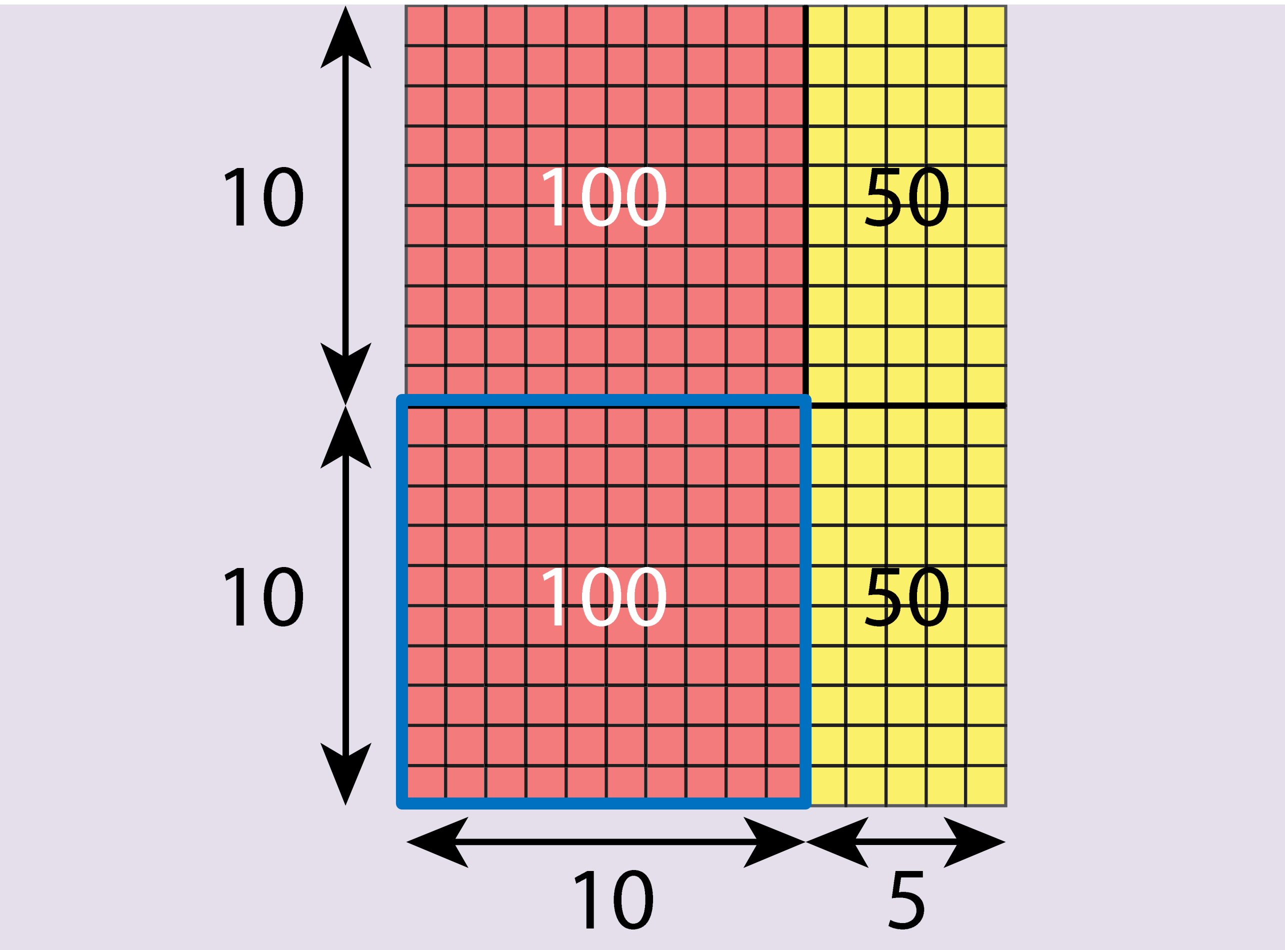
Ο αριθμός **12** είναι

ίσος με τον αριθμό 12.

Καλά παραδείγματα

Δες προσεκτικά το παρακάτω σχήμα.




10
100
50
10
100
50
10
5

Στο προηγούμενο σχήμα

τα **κόκκινα** τετραγωνάκια μέσα στο **μπλε πλαίσιο**

βρίσκονται σε 10 γραμμές και

κάθε γραμμή έχει 10 τετραγωνάκια.

Για να βρούμε πόσα είναι **όλα**

τα τετραγωνάκια μέσα στο μπλε πλαίσιο

γράφουμε τον πολλαπλασιασμό

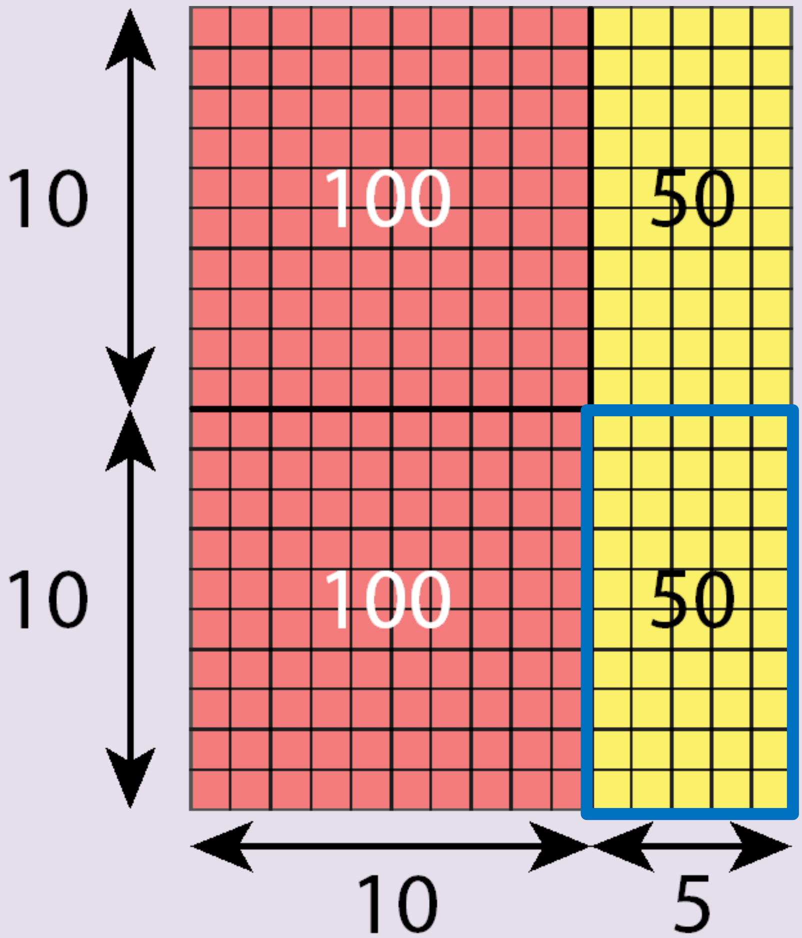
10 Χ 10 = 100.

Με τετραγωνάκια από το

προηγούμενο σχήμα

γράψε έναν πολλαπλασιασμό.

…………………………………………………………………..



Στο προηγούμενο σχήμα

τα **κίτρινα** τετραγωνάκια μέσα στο μπλε πλαίσιο

είναι όλα μαζί 50 και

βρίσκονται σε 10 γραμμές.

Για να βρούμε πόσα τετραγωνάκια

έχει **κάθε γραμμή**

γράφουμε τη διαίρεση

50 : 10 = 5.

Με τετραγωνάκια από το

προηγούμενο σχήμα

γράψε μια διαίρεση.

……………………………………………………………..

Τι θυμόμαστε

Η Δανάη λέει

«**Κάθε** πολλαπλάσιο του 5 **τελειώνει** σε 5.»

Γράψε αν αυτό είναι ΣΩΣΤΟ ή είναι ΛΑΘΟΣ.

………………………………………………………………………

«Κάθε φυσικός αριθμός

που **διαιρείται** από έναν άλλον

είναι **πολλαπλάσιο** του αριθμού αυτού.»

Παράδειγμα

Ο αριθμός 12 **διαιρείται** από το 4.

Ο αριθμός 12 είναι **πολλαπλάσιο** του 4

γιατί 3 X 4 = 12.

Γράψε παραδείγματα σαν το προηγούμενο.

………………………………………………………………………

………………………………………………………………………

………………………………………………………………………

………………………………………………………………………

Ο Νίκος λέει

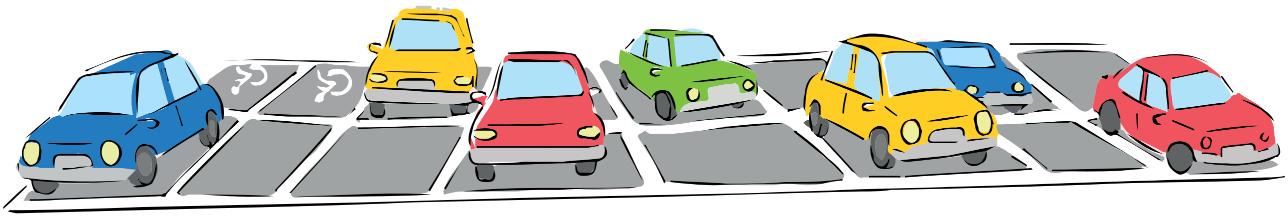
«Το 0 είναι πολλαπλάσιο

όλων των φυσικών αριθμών.»

Γράψε αν αυτό είναι ΣΩΣΤΟ ή είναι ΛΑΘΟΣ.

…………………………………………………………………………….

Διάβασε προσεκτικά
τα παρακάτω προβλήματα.



Πρόβλημα πολλαπλασιασμού.

Σε ένα χώρο στάθμευσης τα αυτοκίνητα

σταθμεύουν σε **σειρές**.

Ο χώρος στάθμευσης έχει **21** σειρές.

Κάθε σειρά έχει **8** θέσεις

για να σταθμεύουν τα αυτοκίνητα.

Βρες πόσες είναι όλες μαζί οι θέσεις

που έχει ο χώρος στάθμευσης

για να σταθμεύουν τα αυτοκίνητα.

Λύση

Κάνουμε πολλαπλασιασμό για να βρούμε

πόσες είναι **όλες μαζί** οι θέσεις

που έχει ο χώρος στάθμευσης.

8 X 21 =168 θέσεις

Απάντηση

Όλες μαζί οι θέσεις που έχει ο χώρος στάθμευσης

για να σταθμεύουν τα αυτοκίνητα είναι **168**.

Συζητάμε στην τάξη μας
πώς μπορούμε να γράψουμε ένα πρόβλημα
παρόμοιο με το πρόβλημα πολλαπλασιασμού
που γράψαμε προηγουμένως.

Πρόβλημα διαίρεσης.

Ένας χώρος στάθμευσης έχει 168 θέσεις

για να σταθμεύουν τα αυτοκίνητα.

Οι θέσεις είναι σε πολλές σειρές.

Κάθε σειρά έχει 8 θέσεις.

Βρες πόσες είναι όλες οι σειρές.

Λύση

Κάνουμε διαίρεση για να βρούμε

πόσες είναι οι σειρές.

168 : 8 = 21 σειρές.

Απάντηση

Ο χώρος στάθμευσης έχει 21 σειρές.

Συζητάμε στην τάξη μας
πώς μπορούμε να γράψουμε ένα πρόβλημα
παρόμοιο με το πρόβλημα **διαίρεσης**
που γράψαμε προηγουμένως.

Διάβασε προσεκτικά
τα δύο προηγούμενα προβλήματα.

Γράψε ένα πρόβλημα διαίρεσης
για το πόσες θέσεις στάθμευσης
πρέπει να έχει κάθε σειρά
στον χώρο στάθμευσης.
Ύστερα λύσε το πρόβλημα.

Πρόβλημα διαίρεσης.

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Λύση

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Απάντηση

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

Λύσε το παρακάτω πρόβλημα.

«Ένας χώρος στάθμευσης έχει 152 θέσεις

για να σταθμεύουν τα αυτοκίνητα.

Οι θέσεις είναι σε πολλές σειρές.

Κάθε σειρά έχει 8 θέσεις.

Βρες πόσες είναι οι σειρές.»

Λύση

…………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………..

Απάντηση

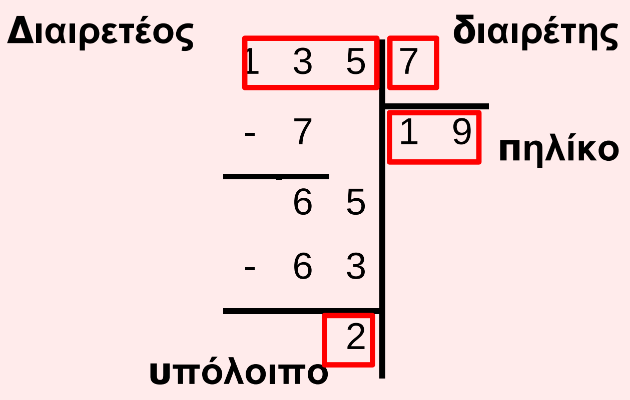
…………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………..

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν έχουμε δύο φυσικούς αριθμούς **Δ** και **δ**, μπορούμε να βρούμε δύο άλλους **μοναδικούς** φυσικούς αριθμούς **π** και **υ**, έτσι ώστε αν πολλαπλασιάσουμε τον **δ** με τον **π** και στο γινόμενό τους προσθέσουμε το **υ** να βρίσκουμε τον **Δ**.
  Δηλαδή, **Δ = δ x π + υ.**
- Για να βρούμε τους αριθμούς **π** και **υ** κάνουμε μια πράξη που ονομάζουμε **διαίρεση**.
- Ονομάζουμε τον αριθμό **Δ** **Διαιρετέο**, το **δ** **διαιρέτη**, τον **π** **πηλίκο** και τον **υ** **υπόλοιπο** της διαίρεσης.
- Το **υπόλοιπο** πρέπει να είναι **πάντα,** αριθμός **μικρότερος** από τον διαιρέτη και **μεγαλύτερος** ή ίσος από το μηδέν.

Παραδείγματα



Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Αν σε μια διαίρεση το **υπόλοιπο** υ είναι **0**,
  τότε ονομάζουμε τη διαίρεση **Τέλεια Διαίρεση**.

Δ = δ x π

Παραδείγματα

	1	9	2	1	2
-	1	2		1	6
		7	2		
	-	7	2		
			$\boxed{0}$		

το υπόλοιπο είναι 0

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Αν σε μια διαίρεση έχουμε **Δ = δ x π + υ** ,
  ονομάζουμε αυτή τη διαίρεση **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

Παραδείγματα

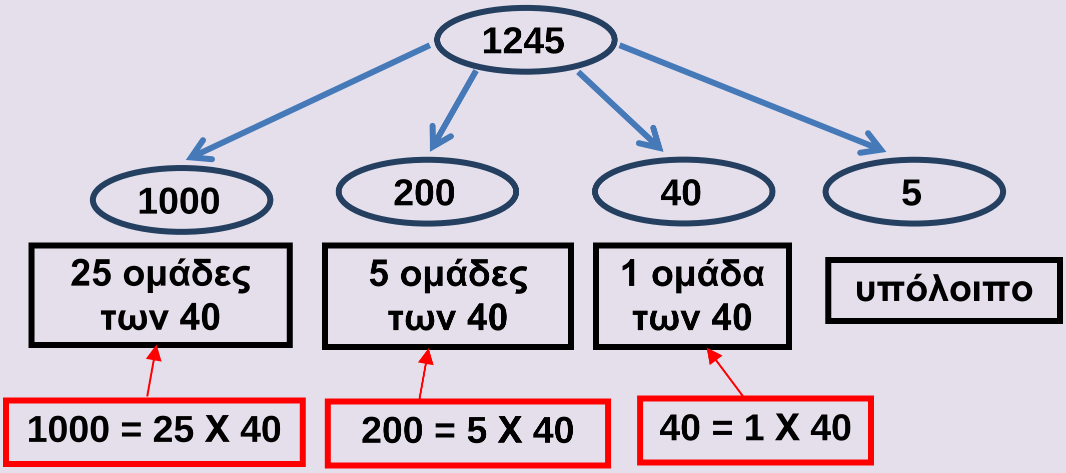
135 = 7 x 19 + 2

192 = 12 x 16 + 0

Καλά παραδείγματα

Βρες το πηλίκο της διαίρεσης 1.245 : 40.

Για να βρούμε το πηλίκο χωρίζουμε πρώτα τον αριθμό **1.245** σε ομάδες.



Γράψε παρακάτω στα κενά τους αριθμούς που πρέπει

1.245 = 40 x (..... + ... + ...) + 5 =40 x ..... + 5

Το πηλίκο της διαίρεσης 1.245 : 40 είναι .....

Ονομάζουμε τη διαίρεση που έχει υπόλοιπο **ατελή**.

Τι θυμόμαστε

Γράψε ποιο είναι το πηλίκο μιας διαίρεσης,
όταν ο **Διαιρετέος** είναι **ίσος** με τον **διαιρέτη.**

....

Γράψε ποιο είναι το πηλίκο μιας διαίρεσης,
όταν ο **διαιρέτης** είναι **ίσος** με **1.**

....

Γράψε ποιο είναι το πηλίκο μιας διαίρεσης,
όταν ο **Διαιρετέος** είναι **ίσος** με το **0.**

....

Ενότητα 3

Δες προσεκτικά τον χρωματιστό πίνακα που βρίσκεται παρακάτω.

Τα παιδιά της τάξης επισκέφτηκαν ένα μουσείο.

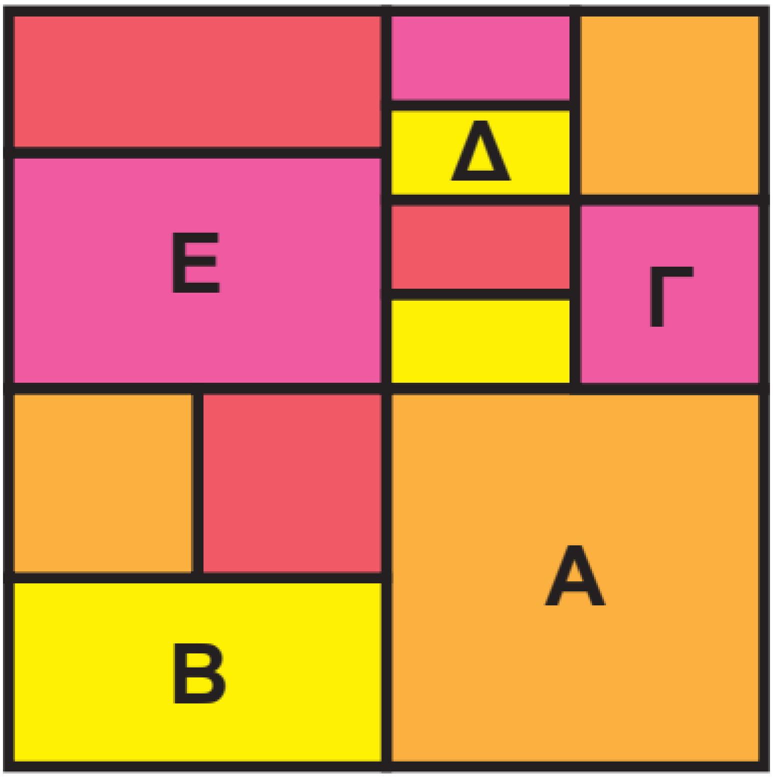
Στο μουσείο αυτό υπάρχουν έργα

του Ολλανδού ζωγράφου Μοντριάν.

Ύστερα τα παιδιά έφτιαξαν

δικούς τους πίνακες.

Ένας πίνακας φαίνεται παρακάτω.



Στο τέλος του βιβλίου υπάρχει

ένα ίδιο σχέδιο.

Κόψε σε κομμάτια τον πίνακα
που θα βρεις στο τέλος του βιβλίου.

Μπορούμε για κάθε σχήμα
που περιέχει κεφαλαίο γράμμα
να γράψουμε έναν **αριθμό**
για το **μέρος** του πίνακα
που **παριστάνει** το σχήμα αυτό.

Για παράδειγμα για το σχήμα Α
γράφουμε **Α**=$\mathbf{\frac{1}{4}}$ γιατί ο πίνακας
έχει **4 τμήματα** που είναι **ίσα** με το Α.

Γράψε έναν αριθμό για καθένα
από τα άλλα τμήματα.

Β = ______

Γ = ______

Δ = ______

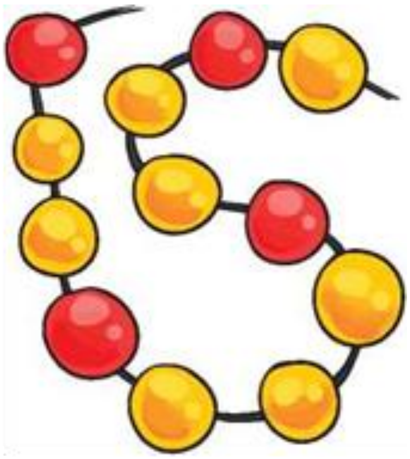
Ε = ______

Συζητάμε στην τάξη μας
τρόπους για να βρούμε τον αριθμό
για το σχήμα Ε.

Η Δανάη διάλεξε τις χάντρες

και έφτιαξε το βραχιόλι που φαίνεται

στην εικόνα δίπλα της.



Το βραχιόλι που έφτιαξε η Δανάη

έχει όλες μαζί 12 χάντρες.

Γράψε παρακάτω στο κόκκινο πλαίσιο

ότι χρειάζεται για να φτιάξεις

τον αριθμό που δείχνει

τις **κίτρινες** χάντρες σε σχέση

με **όλες** τις χάντρες.

$\boxed{\frac{\quad}{12}}$

Γράψε παρακάτω στο κόκκινο πλαίσιο

τον αριθμό που δείχνει

τις **κόκκινες** χάντρες σε σχέση

με **όλες** τις χάντρες.

$\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

Συζητάμε στην τάξη μας
τρόπους για να βρούμε τον αριθμό
για τις κίτρινες και τις κόκκινες χάντρες.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Κάθε κλάσμα είναι ένας αριθμός.
- Έχει δύο αριθμούς τον **αριθμητή** και τον **παρονομαστή**, που λέγονται **όροι** του κλάσματος και χωρίζονται με τη **γραμμή κλάσματος**.

Παραδείγματα

$$\frac{3}{4}$$

αριθμητής

γραμμή κλάσματος

παρονομαστής

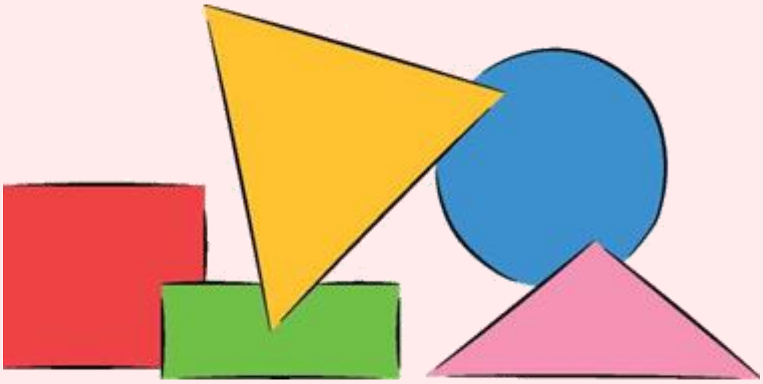
όροι του κλάσματος

Διαβάζουμε το κλάσμα και λέμε **τρία τέταρτα**.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Γράφουμε ένα κλάσμα για να δείξουμε μια **ποσότητα** από κάτι **ολόκληρο**.
- Γράφουμε ένα κλάσμα για να δείξουμε **ένα μέρος** από κάτι **ολόκληρο**.
- Το **ολόκληρο** ή **όλο** το λέμε **ακέραιη μονάδα**.

Παραδείγματα



Όλα τα γεωμετρικά σχήματα είναι **5**.

Τα τρίγωνα είναι **2**.

Τα τρίγωνα είναι τα $\mathbf{\frac{2}{5}}$

από όλα τα γεωμετρικά σχήματα.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

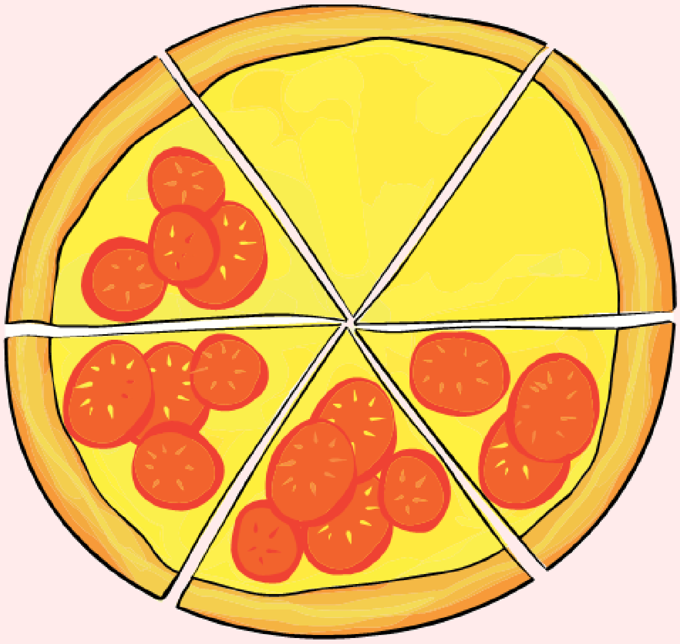
Όταν το κλάσμα δείχνει το μέρος

από κάτι ολόκληρο τότε

- ο **παρονομαστής** δείχνει
  σε **πόσα** ίσα μέρη **χωρίζουμε** το ολόκληρο.
- ο αριθμητής δείχνει **πόσα**
  από αυτά τα **ίσα** μέρη **παίρνουμε**.

Παραδείγματα

Μέρος από ολόκληρη πίτσα



- **Ολόκληρη** η πίτσα έχει 6 κομμάτια.
- Τα **4 κομμάτια** της πίτσας έχουν ντομάτα.
- Τότε μπορούμε να γράψουμε

  τα $\frac{4}{6}$ της πίτσας έχουν ντομάτα.
- Παρονομαστής είναι το **6**,

  σε τόσα **ίσα** κομμάτια χωρίζουμε την πίτσα.
- Αριθμητής είναι το **4**,

  τόσα κομμάτια έχουν ντομάτα.

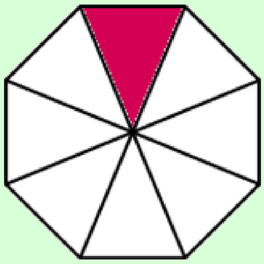
αριθμητής → **4** ← τα κομμάτια της πίτσας που έχουν ντομάτα

$$\frac{4}{6}$$

παρονομαστής → **6** ← όλα τα κομμάτια της πίτσας

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

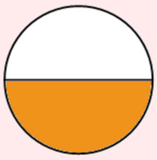
- Όταν χωρίσουμε μια ακέραιη μονάδα σε **δύο** ή **περισσότερα ίσα** μέρη και πάρουμε το **ένα** τότε λέμε ότι έχουμε μια **κλασματική μονάδα**.
- Σε μια κλασματική μονάδα ο αριθμητής είναι **πάντα ίσος** με το **1**.



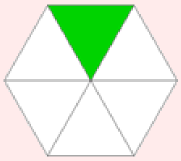
Παραδείγματα

Τα παρακάτω κλάσματα είναι κλασματικές μονάδες.

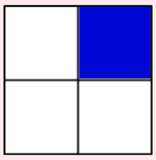
$\frac{1}{3}$



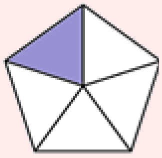
$\frac{1}{2}$



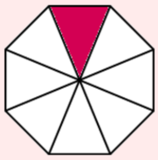
$\frac{1}{6}$



$\frac{1}{4}$

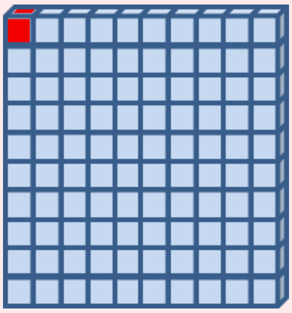


$\frac{1}{5}$



$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{10}$



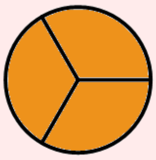
$\frac{1}{100}$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

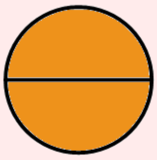
- Όταν σε ένα κλάσμα ο παρονομαστής είναι **ίσος** με τον αριθμητή το κλάσμα είναι **ίσο** με **μια ακέραιη μονάδα**.

Παραδείγματα

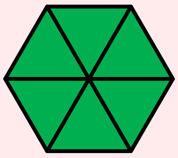
Καθένα από τα παρακάτω κλάσματα
είναι **ίσο** με **μια ακέραιη μονάδα**.



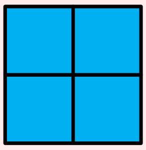
$\frac{3}{3}$



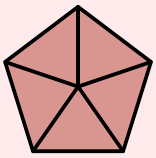
$\frac{2}{2}$



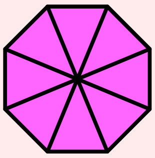
$\frac{6}{6}$



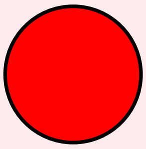
$\frac{4}{4}$



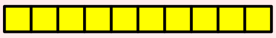
$\frac{5}{5}$



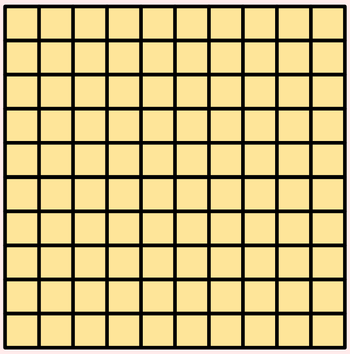
$\frac{8}{8}$



$\frac{1}{1}$



$\frac{10}{10}$



$\frac{100}{100}$

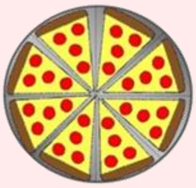
Παραδείγματα

$$\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=\frac{4}{4}=\cdots\frac{15}{15}=\cdots=1$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν σε ένα κλάσμα
  ο αριθμητής είναι **μικρότερος**
  από τον παρονομαστή το κλάσμα
  είναι **μικρότερο** από **1**.

Παραδείγματα

	
$\frac{5}{8}$ της πίτσας	$\frac{8}{8}$ της πίτσας

Το κλάσμα $\frac{5}{8}$ είναι μικρότερο από το 1

γιατί ο αριθμητής 5 είναι μικρότερος

από τον παρονομαστή 8.

Τα κλάσματα

$\frac{5}{7}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{23}{100}$

είναι μικρότερα από το 1.

Καλά παραδείγματα

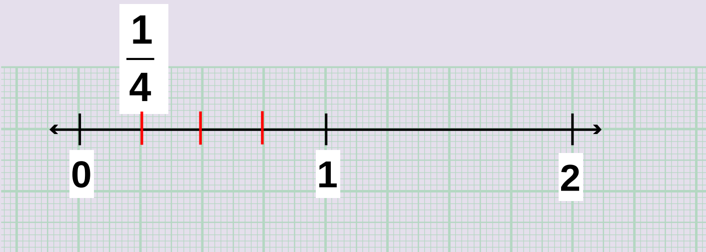
Κλάσματα στην αριθμογραμμή

Μπορούμε να βάλουμε τα κλάσματα πάνω στην αριθμογραμμή.

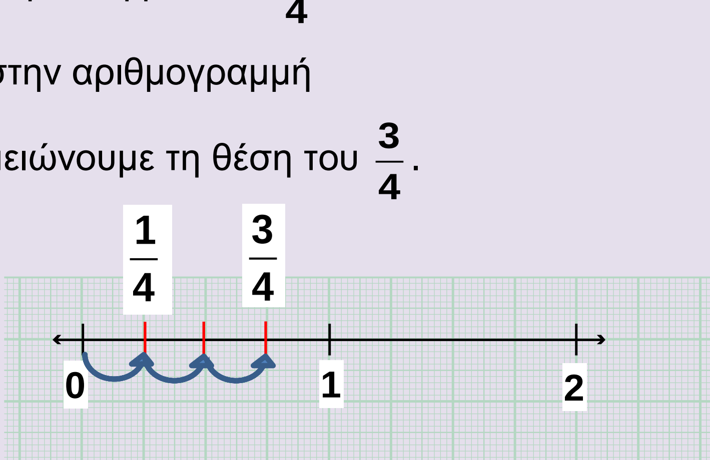
Για παράδειγμα,

για να βάλουμε το κλάσμα $\frac{3}{4}$ πάνω στην αριθμογραμμή

- χωρίζουμε πρώτα την ακέραια μονάδα σε 4 μέρη και σημειώνουμε την **κλασματική μονάδα** $\frac{1}{4}$

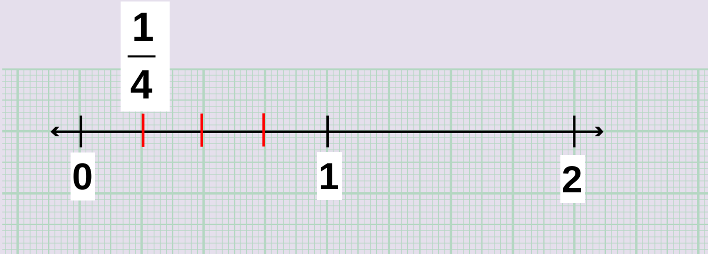


- ύστερα **επαναλαμβάνουμε** 3 φορές την κλασματική μονάδα $\frac{1}{4}$ πάνω στην αριθμογραμμή και σημειώνουμε τη θέση του $\frac{3}{4}$.



Στην παρακάτω αριθμογραμμή

να τοποθετήσεις τα κλάσματα $\frac{2}{4}$ και $\frac{4}{4}$.



Τι θυμόμαστε

Γράψε το κλάσμα που δείχνει τον αριθμό

των **αγοριών** της τάξης σου

σε σχέση με **όλα** τα παιδιά της τάξης.

……………………………………………………………………

Γράψε το κλάσμα που δείχνει τον αριθμό

των **κοριτσιών** της τάξης σου

σε σχέση με **όλα** τα παιδιά της τάξης.

……………………………………………………………………

Γράψε στο κόκκινο πλαίσιο

ένα κλάσμα **μικρότερο** από το 1.

Γράψε στο κόκκινο πλαίσιο

ένα κλάσμα **ίσο** από το 1.

Κλάσματα μεγαλύτερα από την ακέραια μονάδα 14

Διάβασε προσεκτικά τι λένε τα παιδιά για τις προσκλήσεις που φτιάχνουν.

Η Δανάη, η Αγγελική και ο Αντρέι

φτιάχνουν προσκλήσεις

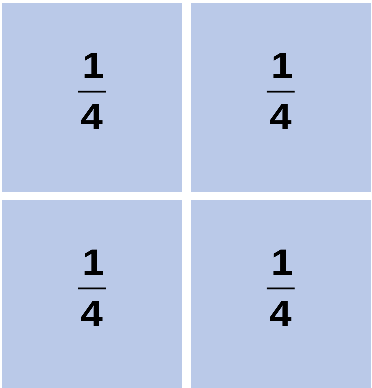
για τη γιορτή του σχολείου τους.

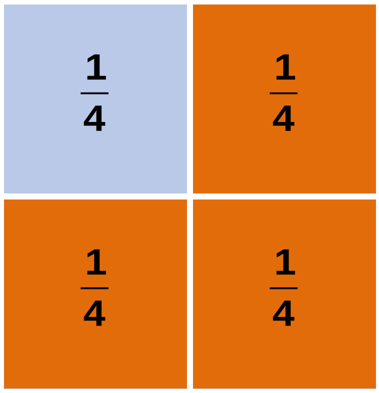
Στο επόμενο σχήμα βλέπουμε

τα **δύο** χαρτόνια **χωρισμένα**

σε **4 ίσα** κομμάτια το καθένα.

Κάθε κομμάτι είναι ίσο με $\frac{1}{4}$ του χαρτονιού.





Ο **Αντρέι** πήρε 3 κομμάτια,

αυτά που είναι **χρωματισμένα**

με **πορτοκαλί** χρώμα.

Τα **κορίτσια** πήραν τα υπόλοιπα 5,

αυτά που είναι **χρωματισμένα**

με **γαλάζιο** χρώμα

Επειδή κάθε γαλάζιο κομμάτι είναι ίσο με $\frac{1}{4}$

όλα μαζί τα κομμάτια που πήραν

και τα δυο κορίτσια είναι

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Γράψε παρακάτω το κλάσμα

που δείχνει το **μέρος** από το χαρτόνι

που πήραν και τα **δυο κορίτσια μαζί**.

Γράψε στο παρακάτω κενό

τη λέξη που πρέπει.

«Στο κλάσμα $\frac{5}{4}$ ο αριθμητής είναι

……………………………………..

από τον παρονομαστή»

Παρακάτω βρίσκουμε πόσα ολόκληρα χαρτόνια

και πόσα κομμάτια χαρτονιού πήραν

και τα δυο κορίτσια μαζί.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
		+		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Και τα δυο κορίτσια μαζί πήραν

1 ολόκληρο χαρτόνι και $\frac{1}{4}$ του χαρτονιού

δηλαδή $1+\frac{1}{4}$.

Το χαρτόνι που πήραν και τα δυο κορίτσια μαζί

μπορούμε να το γράψουμε με τον αριθμό $1\frac{1}{4}$.

Ο αριθμός $1\frac{1}{4}$ δείχνει το άθροισμα $1+\frac{1}{4}$.

Ονομάζουμε τον αριθμό $1\frac{1}{4}$ **μεικτό** αριθμό.

Ο μεικτός αριθμός $1\frac{1}{4}$ δείχνει

το **άθροισμα** ενός **φυσικού** αριθμού, του 1

και ενός **κλάσματος**, του $\frac{1}{4}$.

Γράψε τους αριθμούς που λείπουν

στα παρακάτω κενά.

$$\frac{5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{\square}{4} = 1 + \frac{\square}{4} = 1\frac{1}{\square}$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Όταν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής

είναι **μεγαλύτερος** από τον παρονομαστή

τότε το κλάσμα αυτό είναι

μεγαλύτερο από τον αριθμό 1.

Παραδείγματα

Στο κλάσμα $\frac{5}{3}$ ο αριθμητής 5 είναι

μεγαλύτερος από τον παρονομαστή 3.

Το κλάσμα $\frac{5}{3}$ είναι μεγαλύτερο από τον αριθμό 1.

Γράφουμε $\frac{5}{3} > 1$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ένα κλάσμα που ο αριθμητής είναι **μεγαλύτερος** από τον παρονομαστή μπορούμε να το γράψουμε σαν **μεικτό αριθμό**.
- Γράφουμε ξεχωριστά τις ακέραιες μονάδες και ξεχωριστά το κλάσμα.

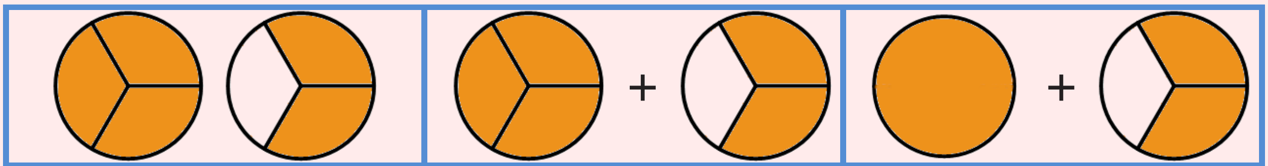
Παραδείγματα

Στο κλάσμα $\frac{5}{3}$ ο αριθμητής 5 είναι

μεγαλύτερος από τον παρονομαστή 3.

Γράφουμε $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ (μεικτός)

Παραδείγματα



$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{3} + \frac{2}{3}$	$1 + \frac{2}{3}$

Καλά παραδείγματα

Πώς γράφουμε ένα κλάσμα

σαν μεικτό αριθμό.

Θέλουμε να γράψουμε το κλάσμα $\frac{9}{4}$

σαν **μεικτό** αριθμό.

Γράψε παρακάτω στο κενό τον αριθμό που λείπει.

Στο κλάσμα $\frac{9}{4}$ ο παρονομαστής 4 δείχνει

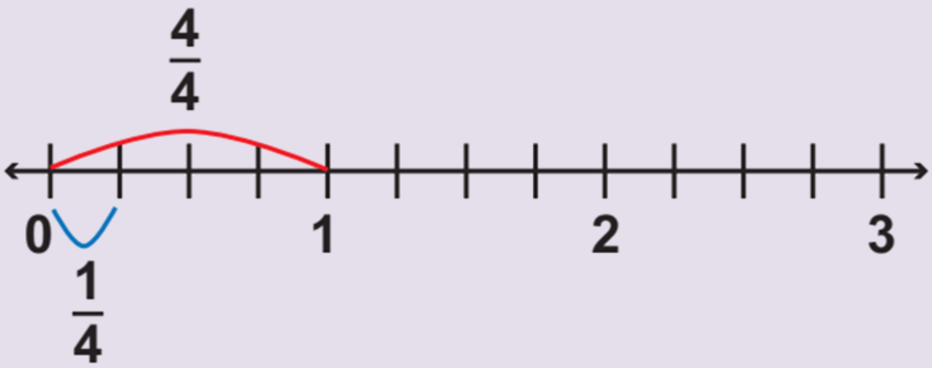
ότι χωρίζουμε την ακέραιη μονάδα

σε ……… ίσα μέρη.

Δες προσεκτικά το παρακάτω σχήμα

και γράψε στα κλάσματα

τους αριθμούς που λείπουν.



Το κάθε μέρος της ακέραιας μονάδας

είναι **ίσο** με το $\frac{\square}{\square}$.

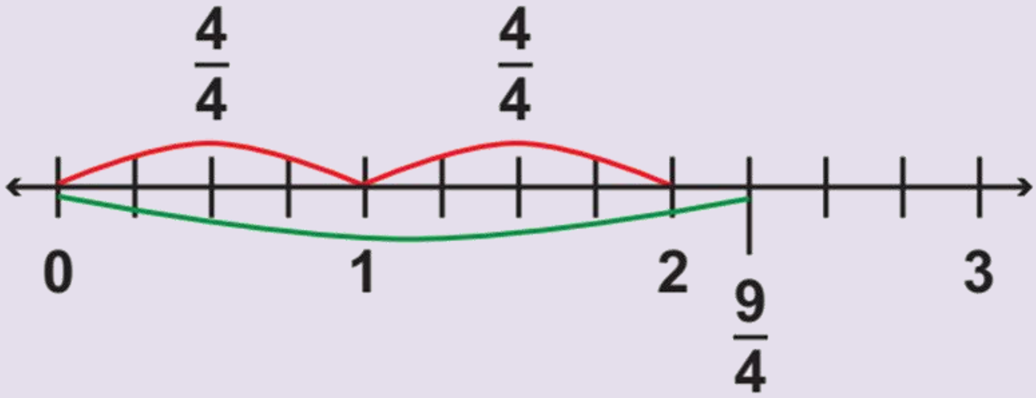
Ολόκληρη η **ακέραια** μονάδα

είναι ένα κλάσμα ίσο με το $\frac{4}{\square}$.

Δες προσεκτικά τα παρακάτω σχήματα και γράψε στα κενά τους αριθμούς που λείπουν.

Στο κλάσμα $\frac{9}{4}$ ο αριθμητής 9 δείχνει

ότι πρέπει να πάρουμε ……… ίσα μέρη.



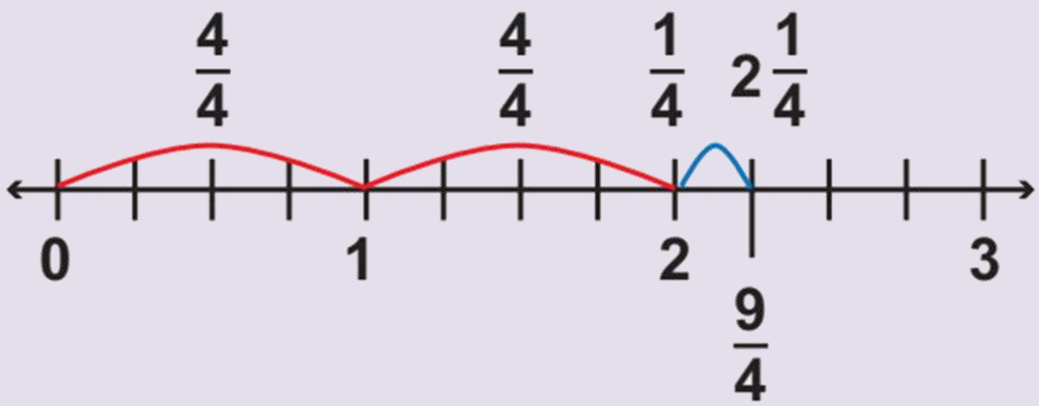
Για να φτάσουμε κοντά στο $\frac{9}{4}$ χρειάζεται

να πάρουμε ………. ακέραιες μονάδες.

Για να φτάσουμε ακριβώς τα $\frac{9}{4}$ χρειάζεται

να πάρουμε **2** ακέραιες μονάδες και

και το $\frac{1}{4}$ από την **επόμενη** ακέραια μονάδα.



Γράφουμε

$$\frac{9}{4} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = 1 + 1 + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Πώς γράφουμε ένα μεικτό αριθμό σαν κλάσμα.

Θέλουμε να γράψουμε το μεικτό αριθμό $2\frac{1}{4}$ σαν κλάσμα.

Γράψε παρακάτω στα κενά τους αριθμούς που λείπουν

Στο μεικτό αριθμό $2\frac{1}{4}$

ο παρονομαστής 4 δείχνει

ότι χωρίζουμε την ακέραιη μονάδα

σε ……… ίσα μέρη.

Ολόκληρη η ακέραια μονάδα

είναι ένα κλάσμα ίσο με το $\frac{4}{\square}$.

Γράφουμε

$$2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4} = 1 + 1 + \frac{1}{4} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{9}{4}$$

Δηλαδή

$$\boxed{2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}}$$

Τι θυμόμαστε

Γράψε στα παρακάτω κενά
αριθμητή στα κλάσματα, έτσι ώστε,
τα κλάσματα που θα φτιάξεις
να είναι **μεγαλύτερα** από τον αριθμό **1**.

$\frac{\square}{3}$

$\frac{\square}{3}$

$\frac{\square}{3}$

$\frac{\square}{4}$

$\frac{\square}{7}$

$\frac{\square}{5}$

Ισοδυναμία κλασμάτων – Απλοποίηση κλασμάτων 16

Διάβασε παρακάτω προσεκτικά τα λόγια που λέει το αγόρι και τα λόγια που λέει το κορίτσι.

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της Ε΄ τάξης

κάνουν συλλογή από γραμματόσημα

και τα βάζουν στο ειδικό βιβλίο.

Συζητάμε στην τάξη μας

για το ποιο παιδί έχει δίκιο.

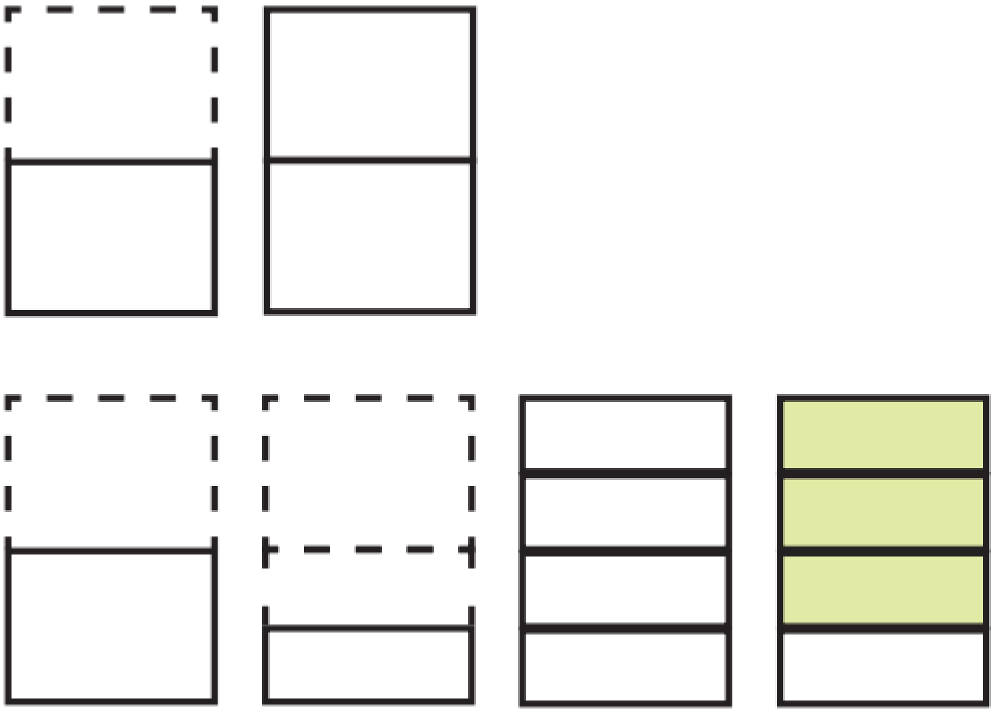
Στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε

πώς διπλώνουμε ένα φύλλο χαρτί Α4

για να χωρίσουμε τη μία σελίδα του

σε 4 ίσα μέρη.

Ύστερα χρωματίζουμε τα $\frac{3}{4}$ της σελίδας.



Σελίδα 1

φύλλο χαρτί Α4

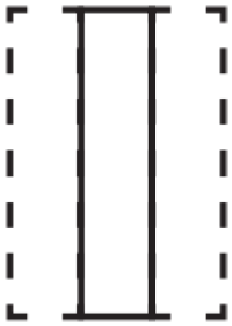
Α4 είναι το φύλλο χαρτί που χρησιμοποιούμε στους εκτυπωτές.

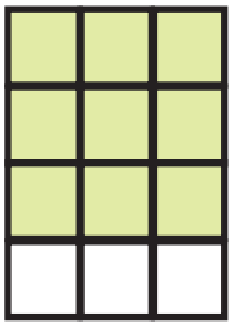
Στην παρακάτω εικόνα διπλώνουμε

μια σελίδα Α4, έτσι ώστε,

να τη χωρίσουμε σε 12 ίσα μέρη.

Ύστερα χρωματίζουμε τα $\frac{9}{12}$ της σελίδας.





Σελίδα 2

Συζητάμε στην τάξη μας

αν το **χρωματιστό** κομμάτι της **Σελίδας 1**

είναι **ίσο** με το **χρωματιστό** κομμάτι **της Σελίδας 2**.

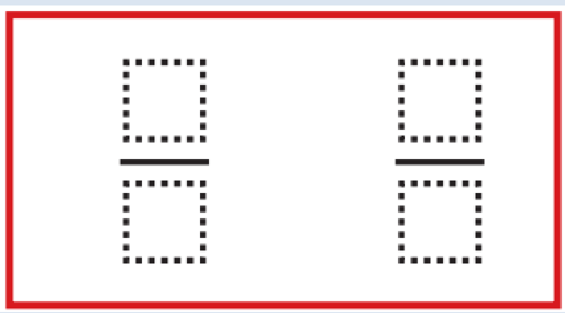
Δες προσεκτικά το χρωματιστό κομμάτι της Σελίδας 1

και το χρωματιστό κομμάτι της Σελίδας 2.

Γράψε παρακάτω πρώτα στα κενά τετραγωνάκια

τα κλάσμα κάθε σελίδας και ύστερα

γράψε ανάμεσά τους το σημάδι που πρέπει.



Γράψε στο κενό στην παρακάτω φράση

το λέξη που πρέπει.

«Τα δυο κλάσματα δείχνουν

το ……..... μέρος της σελίδας.»

Συζητάμε στην τάξη μας

πώς από τους όρους του κλάσματος $\frac{9}{12}$

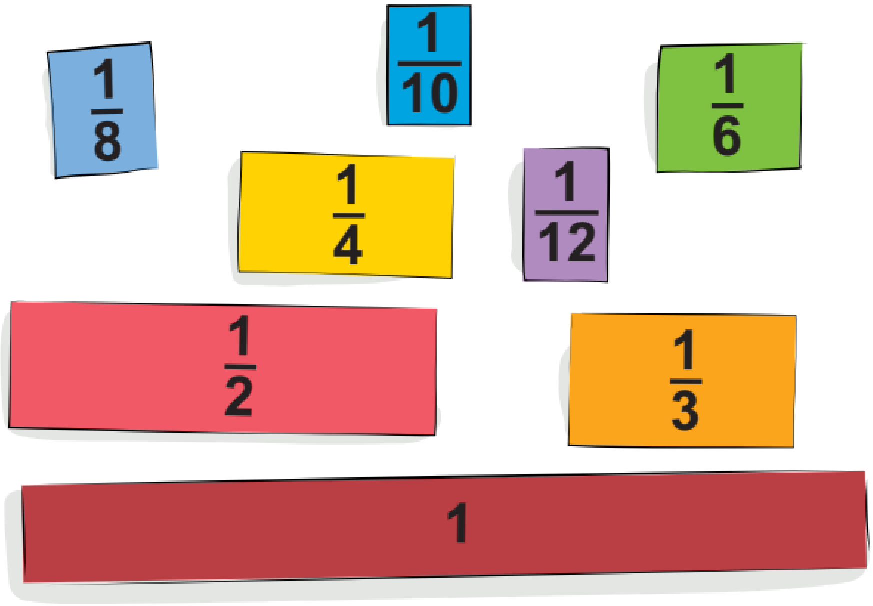
βρίσκουμε τους όρους του κλάσματος $\frac{3}{4}$.

Μπορούμε να βρούμε τους όρους του κλάσματος $\frac{3}{4}$

αν **διαιρέσουμε** και τους **δύο** όρους

του κλάσματος $\frac{9}{12}$ με τον **ίδιο αριθμό,** το 3.

Δηλαδή $\frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$



Στο τέλος του βιβλίου θα βρεις κάρτες

με κλασματικές μονάδες όμοιες

με αυτές που φαίνονται στην παραπάνω εικόνα.

Μπορείς να κόψεις τις κάρτες

με τις κλασματικές μονάδες

που θα βρεις στο τέλος του βιβλίου.

Χρησιμοποίησε τις κάρτες αυτές

για να φτιάξεις κλάσματα

που είναι ***ίσα*** με το κλάσμα $\frac{6}{12}$

αλλά έχουν **μικρότερους** όρους.

Γράψε παρακάτω τους αριθμητές που λείπουν

$\frac{6}{12} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{4} = \frac{\quad}{2}$.

Γράψε ποιο κλάσμα εχει τους

μικρότερους όρους …………

Μπορούμε να βρούμε κλάσματα

που είναι **ίσα** με το κλάσμα $\frac{6}{12}$

αλλά έχουν **μικρότερους** όρους

από τους όρους του $\frac{6}{12}$.

Για παράδειγμα για να βρούμε

τους όρους του κλάσματος $\frac{3}{6}$

διαιρούμε και τους δύο όρους

του κλάσματος $\frac{6}{12}$ με το **2**.

Δηλαδή $\frac{6}{12} = \frac{6:2}{12:2} = \frac{3}{6}$

Γράψε παρακάτω στα κενά

τους αριθμούς που λείπουν.

$\frac{6}{12} = \frac{6:\ \ }{12:\ \ } = \frac{\ \ }{4}$.

Γράψε παρακάτω στα κενά

τους αριθμούς που λείπουν.

$\frac{6}{12} = \frac{\ \ :\ \ }{\ \ :\ \ } = \frac{\ \ }{2}$.

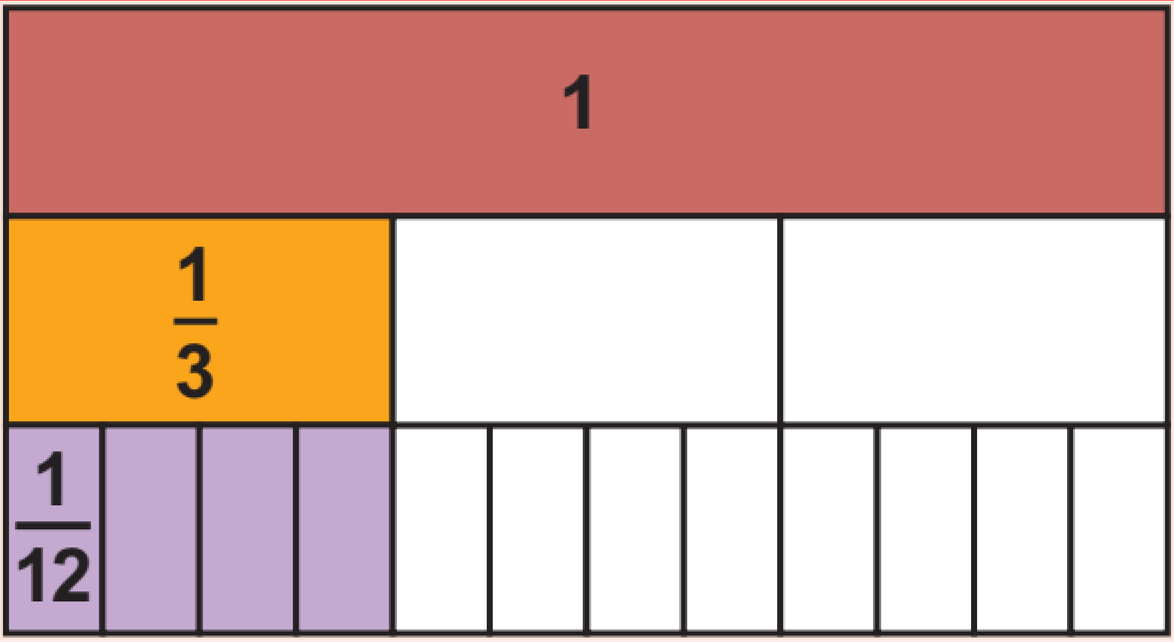
Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Τα κλάσματα που δείχνουν το ίδιο μέρος

ενός ολόκληρου πράγματος

τα ονομάζουμε **ισοδύναμα** ή **ίσα**.

Παραδείγματα



Στην παραπάνω εικόνα

- Το κίτρινο κομμάτι δείχνει το $\frac{1}{3}$

  της καφέ ταινίας.

- Τα 4 μωβ κομμάτια δείχνουν τα $\frac{4}{12}$

  της καφέ ταινίας.

Επειδή το **κίτρινο** κομμάτι

είναι **ίσο** με τα **4 μωβ** κομμάτια

γράφουμε $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Αν **πολλαπλασιάσουμε** τον αριθμητή και

τον παρονομαστή ενός κλάσματος με τον **ίδιο** αριθμό,

βρίσκουμε ένα κλάσμα **ισοδύναμο** με το κλάσμα αυτό.

Παραδείγματα

$$\frac{3}{4}=\frac{3x2}{4x2}=\frac{6}{8}$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Αν σε ένα κλάσμα μπορούμε να διαιρέσουμε
  τον **αριθμητή** και τον **παρονομαστή**
  με τον **ίδιο** αριθμό,
  βρίσκουμε ένα κλάσμα **ισοδύναμο** με το κλάσμα αυτό.
- Τότε λέμε ότι κάνουμε **απλοποίηση**.
- Το **νέο** κλάσμα έχει **μικρότερους** όρους
  από τους όρους του **πρώτου** κλάσματος.

Παραδείγματα

$$\frac{16}{24}=\frac{16:8}{24:8}=\frac{2}{3}$$

Το κλάσμα $\frac{2}{3}$ έχει όρους **μικρότερους**

από τους όρους του κλάσματος $\frac{16}{24}$.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Υπάρχουν κλάσματα που

οι όροι τους **δεν απλοποιούνται**.

Ονομάζουμε τα κλάσματα αυτά **ανάγωγα**.

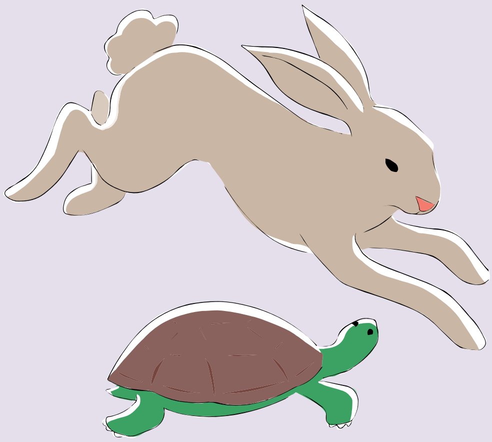
Παραδείγματα

Τα κλάσματα

$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{8}$

είναι **ανάγωγα**.

Καλά παραδείγματα



Ο λαγός και η χελώνα τρέχουν την **ίδια** απόσταση.

Ο λαγός έχει τρέξει τα $\frac{8}{20}$ της απόστασης.

Η χελώνα έχει τρέξει τα $\frac{2}{5}$ της απόστασης.

Σημείωσε τα παραπάνω κλάσματα

στην παρακάτω αριθμογραμμή.

Γράψε παρακάτω τι γίνεται

με τις θέσεις των κλασμάτων $\frac{8}{20}$ και $\frac{2}{5}$

πάνω στην αριθμογραμμή.

…………………………………………………………………..

……………………………………………………………………

Αν κάνουμε **απλοποίηση** στο κλάσμα $\frac{8}{20}$

θα βρούμε το **ανάγωγο** κλάσμα $\frac{2}{5}$.

Γράψε παρακάτω στα κενά

τους αριθμούς που λείπουν.

$$\frac{8}{20} = \frac{8 : .....}{20 : ....} = \frac{2}{5}.$$

Τα κλάσματα $\frac{8}{20}$ και $\frac{2}{5}$

βρίσκονται στην **ίδια** θέση

πάνω στην αριθμογραμμή

γιατί είναι **ίσα**.

Τι θυμόμαστε

Γράψε πόσα ισοδύναμα κλάσματα έχει κάθε κλάσμα.

…………………………………………………………………………

Χρησιμοποιούμε τις κάρτες
με τις κλασματικές μονάδες
που βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.
και φτιάχνουμε κλάσματα.
Για παράδειγμα με τις κάρτες

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

φτιάχνουμε το κλάσμα $\frac{3}{4}$.

Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ είναι **ισοδύναμο** με το κλάσμα $\frac{6}{8}$

γιατί $\frac{3}{4} = \frac{3x2}{4x2} = \frac{6}{8}$.

Φτιάξε και εσύ, κλάσματα **ισοδύναμα** με το κλάσμα $\frac{6}{8}$.

Χρησιμοποίησε τις κάρτες με τις κλασματικές μονάδες
που βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

Σύγκριση και διάταξη κλασμάτων 17

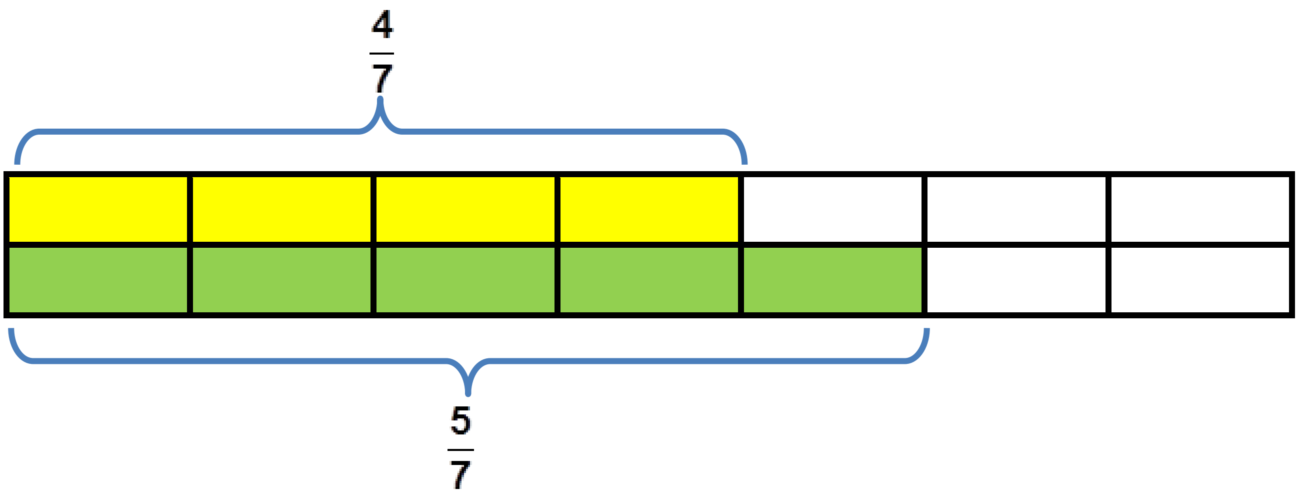
Διάβασε παρακάτω τα αποτελέσματα των παιδιών που παίζουν ηλεκτρονικά παιχνίδια.

Τα παιδιά έχουν χωριστεί σε ζευγάρια και παίζουν ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι. Για να μπορεί να παίξει κάθε παιδί έχει το δικό του **ήρωα**.

Ο Νίκος και ο Αντρέι είναι το πρώτο ζευγάρι.

Ο ήρωας του **Νίκου** έχει τρέξει τα $\frac{4}{7}$ της πίστας-διαδρομής.

Ο ήρωας του **Αντρέι** έχει τρέξει τα $\frac{5}{7}$ της πίστας-διαδρομής.



Χρησιμοποίησε τις κλασματικές γραμμές που φαίνονται στο παρακάτω κόκκινο πλαίσιο για να γράψεις το κλάσμα του ήρωα του Νίκου και το κλάσμα του ήρωα του Αντρέι.

$$\frac{4}{7} \;\square\; \frac{5}{7}$$

Γράψε στο κουτάκι που είναι ανάμεσά τους

- το σημάδι **<** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μικρότερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **>** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μεγαλύτερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **=** αν το πρώτο κλάσμα είναι **ίσο** με το δεύτερο κλάσμα.

Γράψε ποιου παιδιού ο ήρωας έχει τρέξει τη **μεγαλύτερη** διαδρομή σε αυτό ζευγάρι.

…………………………………………………………………………..

…………………………………………………………………………..

Η Αγγελική και η Δανάη

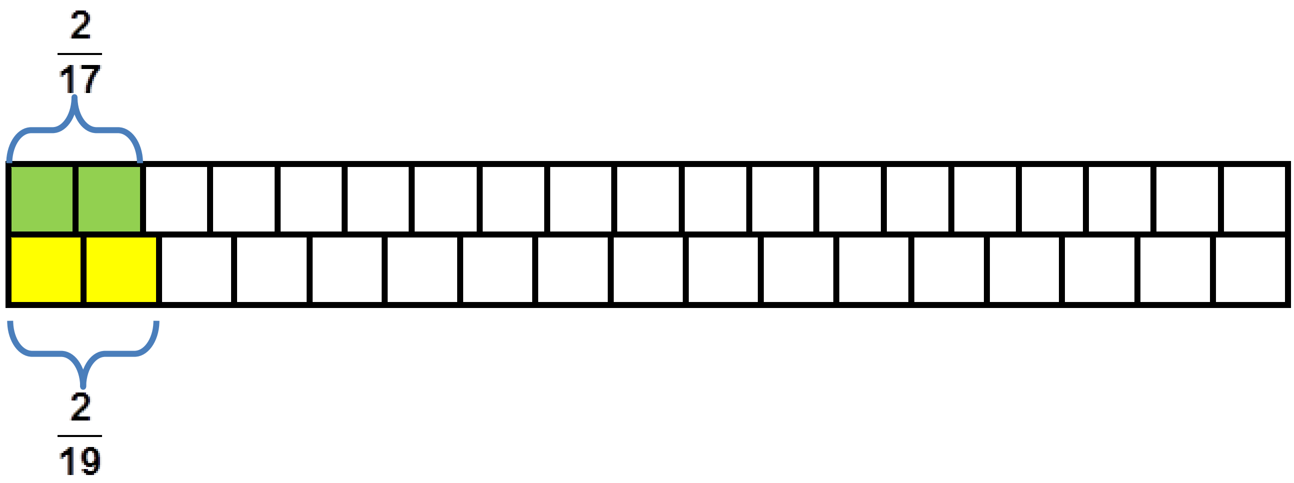
είναι το δεύτερο ζευγάρι.

Ο ήρωας της **Αγγελικής** έχει τρέξει

τα $\frac{2}{17}$ της πίστας-διαδρομής.

Ο ήρωας της **Δανάης** έχει τρέξει

τα $\frac{2}{19}$ της πίστας-διαδρομής.



Χρησιμοποίησε τις κλασματικές γραμμές
που φαίνονται στο παρακάτω κόκκινο πλαίσιο
για να γράψεις το κλάσμα του ήρωα της Αγγελικής
και το κλάσμα του ήρωα της Δανάης.

$\frac{}{} \;\square\; \frac{}{}$

Ύστερα γράψε στο κουτάκι που είναι ανάμεσά τους

- το σημάδι **<** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μικρότερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **>** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μεγαλύτερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **=** αν το πρώτο κλάσμα είναι **ίσο** με το δεύτερο κλάσμα.

Γράψε ποιου παιδιού ο ήρωας
έχει τρέξει τη **μεγαλύτερη** διαδρομή
σε αυτό ζευγάρι.

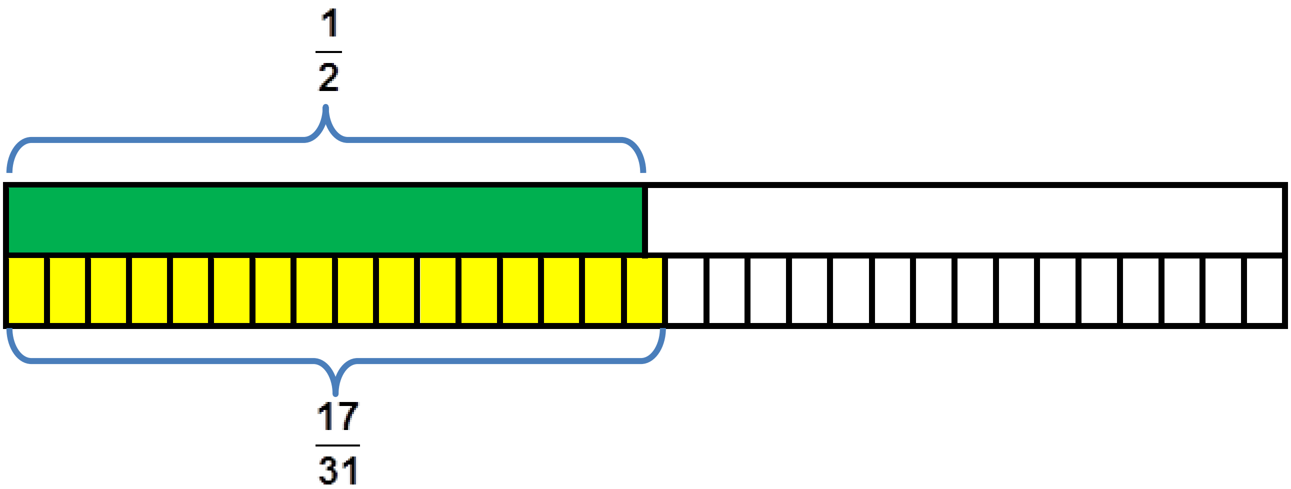
....

....

Ο Ορέστης και η Κέλλυ είναι το τρίτο ζευγάρι.

Ο ήρωας του **Ορέστη** έχει τρέξει τα $\frac{1}{2}$ της πίστας-διαδρομής.

Ο ήρωας της **Κέλλυς** έχει τρέξει τα $\frac{17}{31}$ της πίστας-διαδρομής.



Χρησιμοποίησε τις κλασματικές γραμμές που φαίνονται στο παρακάτω κόκκινο πλαίσιο για να γράψεις το κλάσμα του ήρωα του Ορέστη και το κλάσμα του ήρωα της Κέλλυς.

—— $\square$ ——

Ύστερα γράψε στο κουτάκι που είναι ανάμεσά τους

- το σημάδι **<** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μικρότερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **>** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μεγαλύτερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **=** αν το πρώτο κλάσμα είναι **ίσο** με το δεύτερο κλάσμα.

Γράψε ποιου παιδιού ο ήρωας έχει τρέξει τη **μεγαλύτερη** διαδρομή σε αυτό ζευγάρι.

…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………

Ο Σπύρος και η Λία

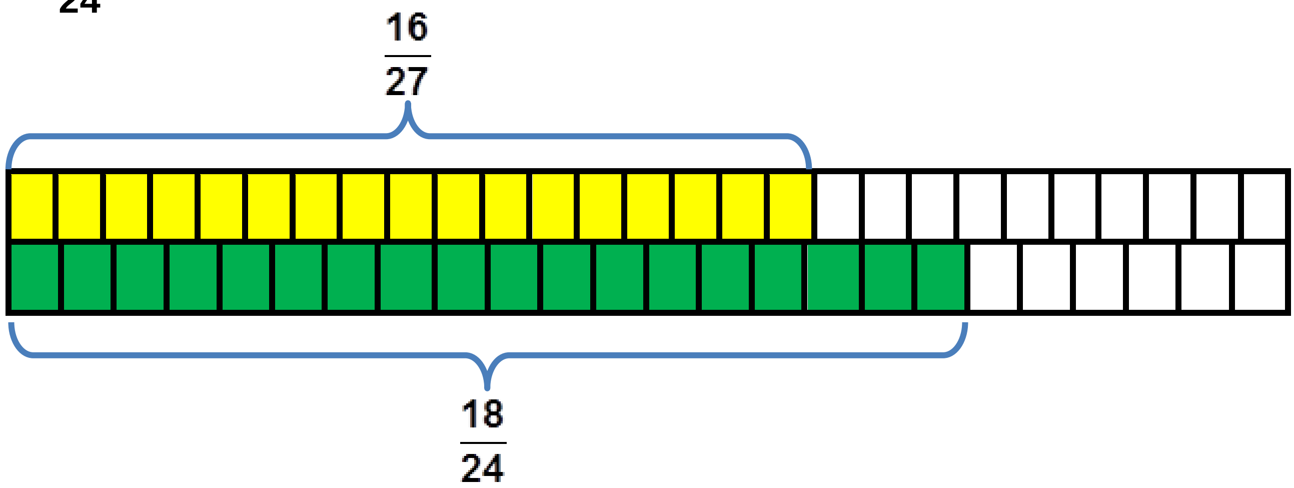
είναι το τέταρτο ζευγάρι.

Ο ήρωας του **Σπύρου** έχει τρέξει

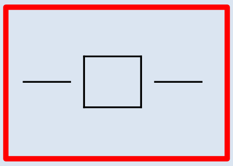
τα $\frac{16}{27}$ της πίστας-διαδρομής.

Ο ήρωας της **Λίας** έχει τρέξει

τα $\frac{18}{24}$ της πίστας-διαδρομής.



Χρησιμοποίησε τις κλασματικές γραμμές
που φαίνονται στο παρακάτω κόκκινο πλαίσιο
για να γράψεις το κλάσμα του ήρωα του Σπύρου
και το κλάσμα του ήρωα της Λίας.



Ύστερα γράψε στο κουτάκι που είναι ανάμεσά τους

- το σημάδι **<** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μικρότερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **>** αν το πρώτο κλάσμα είναι **μεγαλύτερο** από το δεύτερο κλάσμα.
- το σημάδι **=** αν το πρώτο κλάσμα είναι **ίσο** με το δεύτερο κλάσμα.

Γράψε ποιου παιδιού ο ήρωας
έχει τρέξει τη **μεγαλύτερη** διαδρομή
σε αυτό ζευγάρι.

……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….

Βρίσκουμε το μεγαλύτερο

Αν δύο κλάσματα έχουν **ίσους παρονομαστές**,

μεγαλύτερο είναι το κλάσμα

που έχει **μεγαλύτερο αριθμητή**.

Γιατί είναι μεγαλύτερο

$$\frac{5}{7} \boxed{>} \frac{3}{7}$$

Για τα παραπάνω κλάσματα

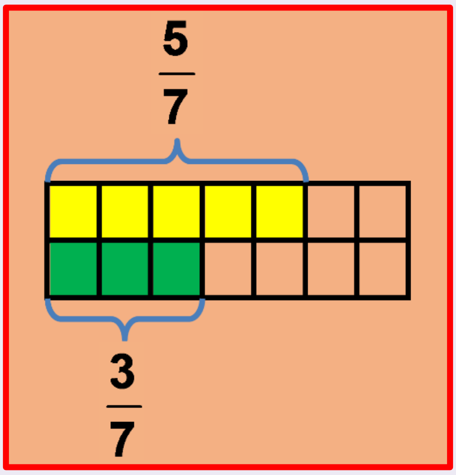
χωρίσαμε το **ολόκληρο** σε 7 ίσα κομμάτια.

Επειδή τα 5 κομμάτια είναι **περισσότερα**

από τα 3 **ίδια** κομμάτια

το κλάσμα $\frac{5}{7}$ είναι **μεγαλύτερο**

από το κλάσμα $\frac{3}{7}$.



Βρίσκουμε το μεγαλύτερο

Αν δύο κλάσματα έχουν **ίσους** αριθμητές,

μεγαλύτερο είναι το κλάσμα

που έχει **μικρότερο αριθμητή**.

Γιατί είναι μεγαλύτερο

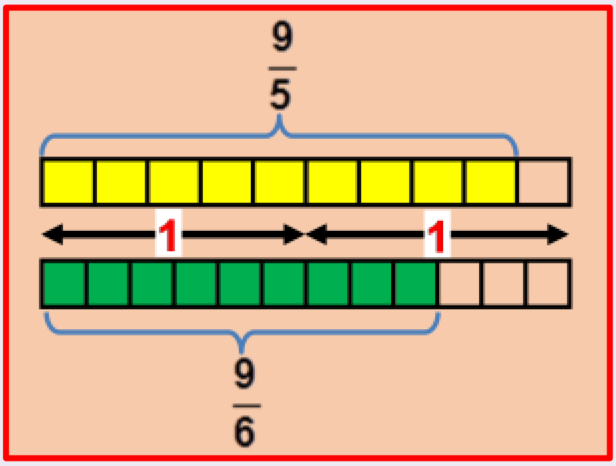
$$\frac{9}{5} \boxed{>} \frac{9}{6}$$

Για το κλάσμα $\frac{9}{5}$

χωρίζουμε την ακέραια μονάδα

σε **5 ίσα** κομμάτια.

και βρίσκουμε το $\frac{1}{5}$.



Για το κλάσμα $\frac{9}{6}$

χωρίζουμε την ακέραια μονάδα

σε **6 ίσα** κομμάτια.

και βρίσκουμε το $\frac{1}{6}$.

Επειδή το κομμάτι $\frac{1}{5}$ είναι μεγαλύτερο

από το κομμάτι $\frac{1}{6}$,

και το κλάσμα $\frac{9}{5}$ είναι **μεγαλύτερο** από το κλάσμα $\frac{9}{6}$.

Βρίσκουμε το μεγαλύτερο

Αν ένα κλάσμα έχει
μεγαλύτερο αριθμητή και
μικρότερο παρονομαστή
από ένα άλλο κλάσμα
τότε το πρώτο κλάσμα είναι **μεγαλύτερο**
από το δεύτερο κλάσμα.

Γιατί είναι μεγαλύτερο

$$\frac{5}{7} \boxed{>} \frac{3}{10}$$

Για το κλάσμα $\frac{5}{7}$

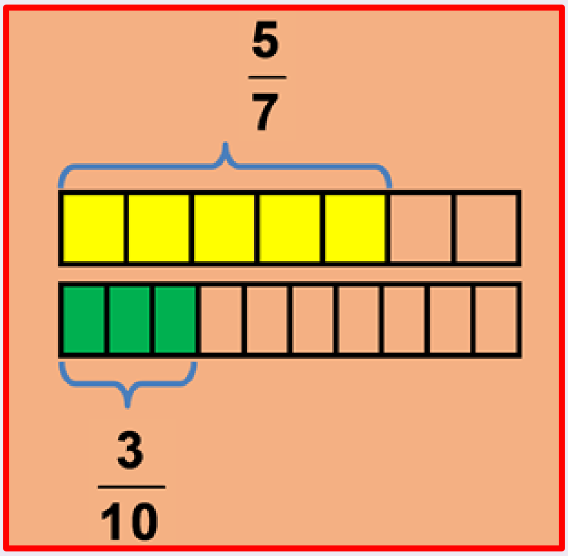
χωρίσαμε την ακέραια μονάδα
σε **7 ίσα** κομμάτια.

και βρίσκουμε το $\frac{1}{7}$.

Για το κλάσμα $\frac{3}{10}$

χωρίσαμε την ακέραια μονάδα
σε **10 ίσα** κομμάτια.

και βρίσκουμε το $\frac{1}{10}$.



Επειδή το κομμάτι $\frac{1}{7}$ είναι **μεγαλύτερο**

από το κομμάτι $\frac{1}{10}$,

και τα **5** κομμάτια είναι **περισσότερα** από τα **3** κομμάτια

το κλάσμα $\frac{5}{7}$ είναι **μεγαλύτερο** από το κλάσμα $\frac{3}{10}$.

Καλά παραδείγματα

Βρες ποιο από τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{8}$

είναι το μεγαλύτερο.

Επειδή τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{8}$

δεν έχουν ίδιο παρονομαστή

δεν μπορούμε να βρούμε **αμέσως**

ποιο είναι το μεγαλύτερο.

Πρέπει πρώτα να βρούμε

ένα κλάσμα **ισοδύναμο** με το $\frac{3}{7}$

που να έχει **ίδιο** παρονομαστή

με ένα κλάσμα **ισοδύναμο** με το $\frac{5}{8}$.

Για να βρούμε τα ισοδύναμα κλάσματα

χρειάζεται πρώτα να βρούμε το

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (**ΕΚΠ**)

των παρονομαστών **7** και **8.**

Ο μικρότερος φυσικός αριθμός

που είναι πολλαπλάσιο των αριθμών 7 και 8

είναι ο αριθμός **56.**

Δηλαδή το **ΕΚΠ** των αριθμών 7 και 8 είναι το **56.**

Για να βρούμε το κλάσμα

που είναι **ισοδύναμο** με το $\frac{3}{7}$

και έχει παρονομαστή το **56**

πολλαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος

με τον αριθμό **8**.

Δηλαδή, $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 8}{7 \times 8} = \frac{24}{56}$.

Για να βρούμε το κλάσμα

που είναι **ισοδύναμο** με το $\frac{5}{8}$

και έχει παρονομαστή το **56**

πολλαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος

με τον αριθμό **7**.

Δηλαδή, $\frac{5}{8} = \frac{5 \times 7}{8 \times 7} = \frac{35}{56}$.

Γράψε στα κενά παρακάτω

τα κλάσματα που πρέπει.

Από τα κλάσματα $\frac{24}{56}$ και $\frac{35}{56}$

μεγαλύτερο είναι το ………..

Άρα, από τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{8}$

μεγαλύτερο είναι το ………….

Τι θυμόμαστε

Γράψε κλάσματα που είναι

μικρότερα από το $\frac{1}{2}$.

………………………………………………………………………………
……………

Γράψε παρακάτω τη λέξη **ΝΑΙ**

αν τα κλάσματα $\frac{13}{15}$ και $\frac{17}{19}$ **είναι** ισοδύναμα.

Γράψε παρακάτω τη λέξη **ΟΧΙ**

αν τα κλάσματα $\frac{13}{15}$ και $\frac{17}{19}$ **δεν είναι** ισοδύναμα.

………………………………………………………………………………
……………

Γράψε κλάσματα που να είναι

λίγο μικρότερα από το **1.**

………………………………………………………………………………

Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων 18

Δες παρακάτω τις πράξεις
που μπορούμε να κάνουμε
με τη βοήθεια του τετραγωνισμένου χαρτιού.

Χρησιμοποιούμε το τετραγωνισμένο χαρτί,

για να δείξουμε τα κλάσματα και

να βρούμε το άθροισμα $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$.

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$													
			$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$									
ΑΘΡΟΙΣΜΑ															
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$									

Δες προσεκτικά το παραπάνω σχήμα/
Γράψε στα τετραγωνάκια
τους αριθμούς που πρέπει.

$$\boxed{\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{\square}{\square}}$$

Χρησιμοποιούμε το τετραγωνισμένο χαρτί,

για να δείξουμε τα κλάσματα και

να βρούμε τη διαφορά $\frac{7}{8} - \frac{2}{8}$.

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\cancel{\frac{1}{8}}$	$\cancel{\frac{1}{8}}$									
					$\cancel{\frac{1}{8}}$	$\cancel{\frac{1}{8}}$									
ΔΙΑΦΟΡΑ															
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$											

Δες προσεκτικά το παραπάνω σχήμα/

Γράψε στα τετραγωνάκια

τους αριθμούς που πρέπει.

$$\boxed{\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{\square}{\square}}$$

Συζητάμε στην τάξη μας

πώς προσθέτουμε κλάσματα

με **ίδιους** παρονομαστές.

Συζητάμε στην τάξη μας

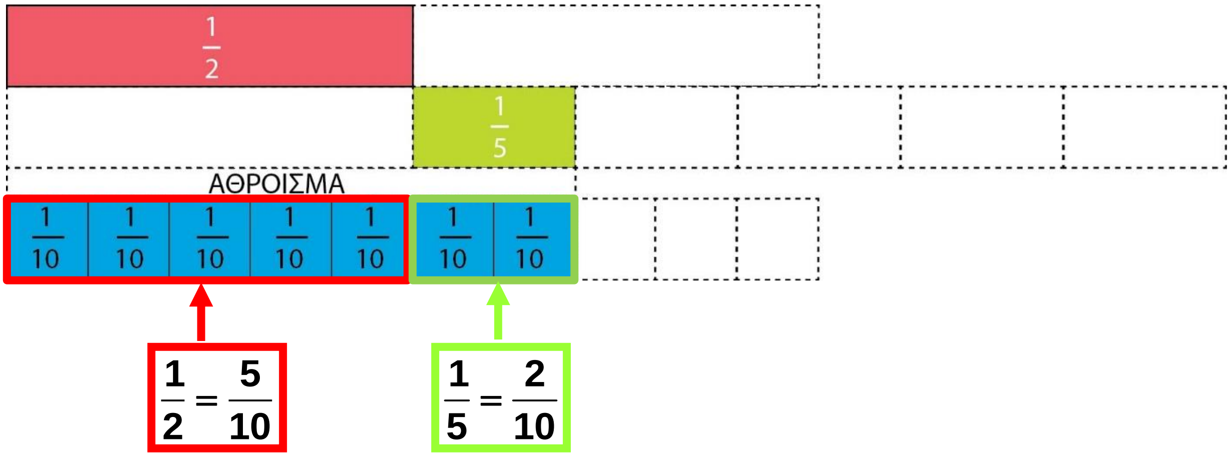
πώς αφαιρούμε κλάσματα

με **ίδιους** παρονομαστές.

Χρησιμοποιούμε τις ράβδους κλασμάτων,

για να δείξουμε τα κλάσματα και

να βρούμε το άθροισμα $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$.



Τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{5}$

δεν έχουν τον **ίδιο** παρονομαστή.

Πρέπει να βρούμε κλάσματα που

να είναι **ισοδύναμα** με τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{5}$

και να έχουν τον **ίδιο** παρανομαστή.

Βρίσκουμε το **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο**

των παρανομαστών 2 και 5.

Γράφουμε Ε.Κ.Π.(2 και 5) = 10.

Τα κλάσματα που θα βρούμε

θα έχουν ίδιο παρονομαστή τον αριθμό **10**.

Για να βρούμε το κλάσμα που

είναι ο ισοδύναμο με το $\mathbf{\frac{1}{2}}$

πολλαπλασιάζουμε και τους δύο όρους του με το **5**.

$$\mathbf{\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}}$$

Για να βρούμε το κλάσμα που

είναι ισοδύναμο με το $\mathbf{\frac{1}{5}}$

πολλαπλασιάζουμε και τους δύο όρους του με το **2**.

$$\mathbf{\frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}}$$

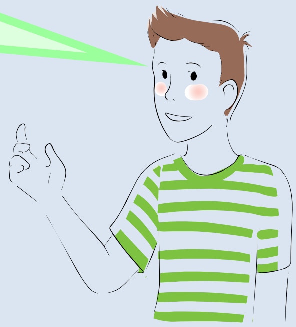
Γράψε στα κενά τους αριθμούς που πρέπει.

$$\mathbf{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{\square}{10} + \frac{\square}{10} = \frac{\square}{\square}}$$

Βοήθησε τον Νικόλα να βρει το άθροισμα.

Γράψε στα κενά τους αριθμούς που πρέπει.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{\square}{\square}$$



Χρησιμοποιούμε τις ράβδους κλασμάτων,

για να δείξουμε τα κλάσματα και

να βρούμε τη διαφορά $\frac{3}{4}-\frac{1}{8}$.

Τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{1}{8}$

δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Πρέπει να βρούμε κλάσματα που

να είναι **ισοδύναμα** με τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{1}{8}$

και να έχουν τον **ίδιο** παρανομαστή.

Βρίσκουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο

των παρανομαστών 4 και 8.

Γράφουμε Ε.Κ.Π.(4 και 8) = 8.

Τα κλάσματα που θα βρούμε

θα έχουν **ίδιο** παρονομαστή τον αριθμό **8**.

Για να βρούμε το κλάσμα που

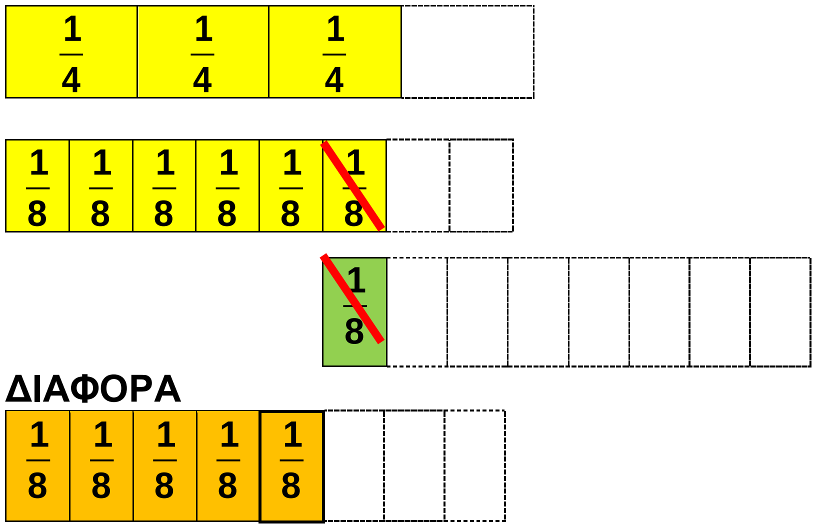
είναι ο ισοδύναμο με το $\frac{3}{4}$

πολλαπλασιάζουμε και τους δύο όρους του με το **2**.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times 2}{4\times 2}=\frac{6}{8}$$

Δεν χρειάζεται να βρούμε

ισοδύναμο για το κλάσμα $\frac{1}{8}$.



Συζητάμε στην τάξη μας
πώς **προσθέτουμε** κλάσματα
με **διαφορετικούς** παρονομαστές.

Συζητάμε στην τάξη μας
πώς **αφαιρούμε** κλάσματα
με **διαφορετικούς** παρονομαστές.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Ονομάζουμε **ομώνυμα** τα κλάσματα
  που έχουν **ίδιο** παρονομαστή.
- Ονομάζουμε **ετερώνυμα** κλάσματα
  που έχουν **διαφορετικούς** παρονομαστές.

Παραδείγματα

$\frac{2}{5}$, $\frac{7}{5}$
ομώνυμα

$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{4}$
ετερώνυμα

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Για να **προσθέσουμε ομώνυμα** κλάσματα φτιάχνουμε ένα **νέο** κλάσμα. Στο κλάσμα αυτό βάζουμε **αριθμητή** το **άθροισμα** των αριθμητών και **παρονομαστή** αφήνουμε τον **ίδιο**.
- Όταν βρούμε το άθροισμα κλασμάτων κοιτάμε αν **μπορούμε** να κάνουμε **απλοποίηση** στους όρους του αθροίσματος.

Παραδείγματα

- Βρίσκουμε το άθροισμα $\frac{2}{8}+\frac{4}{8}=\frac{\boxed{2+4}}{8}=\frac{\boxed{6}}{8}$

άθροισμα αριθμητών

παρονομαστής ίδιος

- Απλοποιούμε τους όρους του αθροίσματος

$\frac{6}{8}=\frac{6:2}{8:2}=\frac{3}{4}$.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Για να **αφαιρέσουμε ομώνυμα** κλάσματα φτιάχνουμε ένα **νέο** κλάσμα. Στο κλάσμα αυτό βάζουμε **αριθμητή** τη **διαφορά** των αριθμητών ενώ **παρονομαστή** αφήνουμε τον **ίδιο**.
- Όταν βρούμε τη διαφορά των κλασμάτων κοιτάμε αν **μπορούμε** να κάνουμε **απλοποίηση** στους όρους της διαφοράς.

Παραδείγματα

- Βρίσκουμε τη διαφορά $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=\frac{\boxed{7-3}}{8}=\frac{\boxed{4}}{8}$

διαφορά αριθμητών

παρονομαστής ίδιος

- Απλοποιούμε τους όρους της διαφοράς $\frac{4}{8}=\frac{4:4}{8:4}=\frac{1}{2}$.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Για να **προσθέσουμε ετερώνυμα** κλάσματα τα κάνουμε πρώτα **ομώνυμα**.
- Ύστερα **προσθέτουμε** τους **αριθμητές**, ενώ **παρονομαστή** αφήνουμε τον **ίδιο**.
- Όταν βρούμε το άθροισμα κοιτάμε αν **μπορούμε** να κάνουμε **απλοποίηση** στους όρους του αθροίσματος.

Παραδείγματα

- Βρίσκουμε το άθροισμα

$$\frac{3}{6}+\frac{1}{4}=\frac{3x2}{6x2}+\frac{1x3}{4x3}=\frac{6}{12}+\frac{3}{12}=\frac{9}{12}$$

- Απλοποιούμε τους όρους του αθροίσματος

$$\frac{9}{12}=\frac{9:3}{12:3}=\frac{3}{4}.$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Για να **αφαιρέσουμε ετερώνυμα** κλάσματα τα κάνουμε πρώτα ομώνυμα.
- Ύστερα **αφαιρούμε** τους **αριθμητές**, ενώ **παρονομαστή** αφήνουμε τον **ίδιο**.
- Όταν βρούμε τη διαφορά κοιτάμε αν μπορούμε να κάνουμε απλοποίηση στους όρους της διαφοράς.

Παραδείγματα

- Βρίσκουμε τη διαφορά

$$\frac{4}{3}-\frac{3}{5}=\frac{4x5}{3x5}-\frac{3x3}{5x3}=\frac{20}{15}-\frac{9}{15}=\frac{11}{15}$$

- Στην παραπάνω διαφορά **δεν** γίνεται απλοποίηση.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Μπορούμε να γράψουμε
  ένα **μεικτό** αριθμό σαν **κλάσμα**
  που είναι **μεγαλύτερο** από τον αριθμό **1**.
- Για να γράψουμε ένα **μεικτό** αριθμό σαν **κλάσμα**,
  - πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο του μεικτού
    με τον παρονομαστή του κλάσματος,
  - στο **γινόμενο** που βρίσκουμε
    προσθέτουμε τον **αριθμητή** του κλάσματος
  - το **άθροισμα** που βρίσκουμε
    το βάζουμε **αριθμητή** του κλάσματος
  - **παρονομαστή** του κλάσματος
    αφήνουμε τον **ίδιο**.

Παραδείγματα

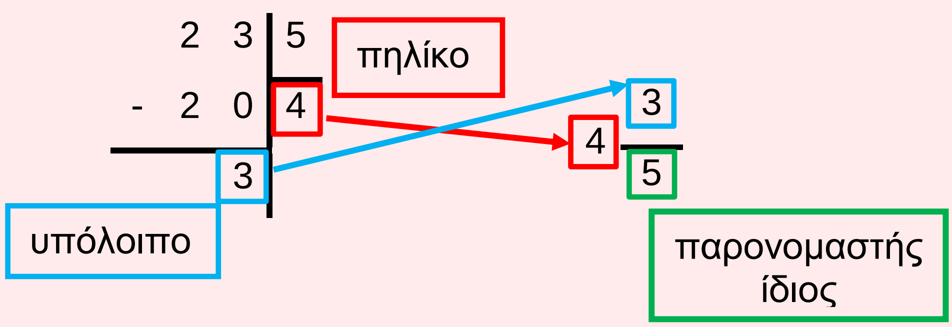
$$4\frac{3}{5}=\frac{4x5+3}{5}=\frac{20+3}{5}=\frac{23}{5}$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Μπορούμε να γράψουμε
  ένα **κλάσμα** που είναι **μεγαλύτερο** από τον αριθμό 1
  σαν **μεικτό** αριθμό.
- Για να γράψουμε ένα **κλάσμα** σαν **μεικτό** αριθμό,
  - διαιρούμε τον αριθμητή με τον
    παρονομαστή του κλάσματος,
  - το **πηλίκο** που βρίσκουμε
    είναι ο **ακέραιος** του μεικτού
  - Το **υπόλοιπο** που βρίσκουμε
    το βάζουμε **αριθμητή** του κλάσματος
  - **παρονομαστή** του κλάσματος
    αφήνουμε τον **ίδιο.**

Παραδείγματα

Γράφουμε το κλάσμα $\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{5}}$ σαν μεικτό.



$$\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{5}} = \mathbf{4}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}$$

Καλά παραδείγματα

Για να προσθέσουμε μεικτούς αριθμούς τους κάνουμε πρώτα κλάσματα και ύστερα προσθέτουμε τα κλάσματα.

Για να βρούμε το άθροισμα $6\frac{3}{4}+2\frac{1}{2}$

- γράφουμε τον μεικτό $6\frac{3}{4}$ σαν κλάσμα

$$6\frac{3}{4}=\frac{6\times 4+3}{4}=\frac{24+3}{4}=\frac{27}{4}$$

- γράφουμε τον μεικτό $2\frac{1}{2}$ σαν κλάσμα

$$2\frac{1}{2}=\frac{2\times 2+1}{2}=\frac{4+1}{2}=\frac{5}{2}$$

Γράψε στα παρακάτω κενά τους αριθμούς που πρέπει.

$$6\frac{3}{4}+2\frac{1}{2}=\frac{\square}{4}+\frac{\square}{2}=\frac{27\times 1}{4\times 1}+\frac{5\times 2}{2\times 2}=\frac{\square}{4}+\frac{\square}{\square}=\frac{37}{4}$$

Επειδή το κλάσμα που βρήκαμε είναι μεγαλύτερο από το 1 το γράφουμε σαν μεικτό.

$$\frac{37}{4}=9\frac{1}{4}$$

Για να αφαιρέσουμε μεικτούς αριθμούς τους κάνουμε πρώτα κλάσματα και ύστερα αφαιρούμε τα κλάσματα.

Για να βρούμε τη διαφορά $3\frac{1}{4} - 2\frac{2}{4}$

- γράφουμε τον μεικτό $3\frac{1}{4}$ σαν κλάσμα

$$3\frac{1}{4} = \frac{3 \times 4 + 1}{4} = \frac{12 + 1}{4} = \frac{13}{4}$$

- γράφουμε τον μεικτό $2\frac{1}{2}$ σαν κλάσμα

$$2\frac{2}{4} = \frac{2 \times 4 + 2}{4} = \frac{8 + 2}{4} = \frac{10}{4}$$

Γράψε στα παρακάτω κενά τους αριθμούς που πρέπει.

$$3\frac{1}{4} - 2\frac{2}{4} = \frac{\square}{4} - \frac{\square}{4} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{4}$$

Τι θυμόμαστε

Γράψε στα παρακάτω κενά αριθμούς
για να έχουμε ομώνυμα κλάσματα
που να έχουν διαφορά $\frac{1}{4}$.

- $\frac{\square}{4} - \frac{\square}{\square} = \frac{1}{4}$
- $\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{1}{4}$

Ο Νικόλας είπε
«Για να **προσθέσουμε ετερώνυμα** κλάσματα
πρέπει να τα κάνουμε **πρώτα ομώνυμα**»
Γράψε παρακάτω αν αυτό που είπε
ο Νικόλας είναι **ΣΩΣΤΟ** ή είναι **ΛΑΘΟΣ**.

....

Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού με κλάσμα Πολλαπλασιασμός κλάσματος με κλάσμα Αντίστροφοι αριθμοί 19

Δες προσεκτικά την πράξη που κάνουμε για να λύσουμε το παρακάτω πρόβλημα.

Πρόβλημα

Κάθε ξύλινο ράφι της βιβλιοθήκης

της τάξης έχει μήκος $\frac{2}{3}$ μέτρα.

Πόσα μέτρα ξύλου θα χρειαστούμε,

για να φτιάξουμε 3 ράφια;

Λύση

Βρίσκουμε πόσα μέτρα ξύλου

θα χρειαστούμε για να φτιάξουμε

τα 3 ράφια της βιβλιοθήκης.

Επειδή κάθε ράφι έχει μήκος $\frac{2}{3}$ μέτρα

για τα τρία ράφια θα χρειαστούμε

$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{2+2+2}{3}=\frac{6}{3}$ μέτρα

Το ίδιο αποτέλεσμα βρίσκουμε

με πολλαπλασιασμό

$3\times\frac{2}{3}=\frac{3\times 2}{3}=\frac{6}{3}$ μέτρα.

Απάντηση

Για να φτιάξουμε

τα 3 ράφια της βιβλιοθήκης,

θα χρειαστούμε $\frac{6}{3}$ μέτρα.

Αν απλοποιήσουμε το κλάσμα $\frac{6}{3}$

βρίσκουμε $\frac{6}{3} = \frac{6:3}{3:3} = \frac{2}{1} = 2$ μέτρα.

Υπολογίζουμε τα γινόμενα

- $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$
- $4 \times \frac{1}{2} = \frac{4 \times 1}{2} = \frac{4}{2}$

Συζητάμε στην τάξη μας
για το πώς **πολλαπλασιάζουμε**
έναν **ακέραιο** με ένα **κλάσμα**.

Υπολογίζουμε τα γινόμενα

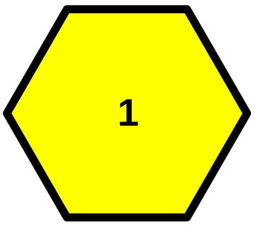
- $2 \times \frac{1}{6} = \frac{2 \times 1}{6} = \frac{2}{6}$
- $\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1 \times 2}{6} = \frac{2}{6}$

Συζητάμε στην τάξη μας
για το τι γίνεται με αποτέλεσμα όταν
αλλάζουμε τη **σειρά** των παραγόντων
σε έναν πολλαπλασιασμό.

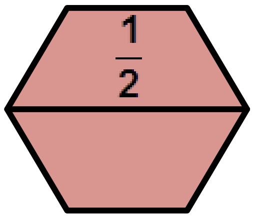
Υπολογίζουμε τα γινόμενα

- $6 \times \frac{1}{6} = \frac{6 \times 1}{6} = \frac{6}{6} = 1$
- $3 \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

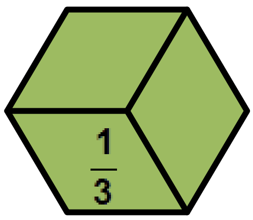
Βλέπουμε προσεκτικά τους παραπάνω πολλαπλασιασμούς και συζητάμε στην τάξη μας για τα **αποτελέσματα** των πολλαπλασιασμών αυτών.



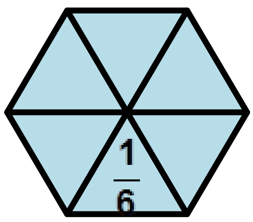
Το **εξάγωνο** είναι η **ακέραιη** μονάδα.



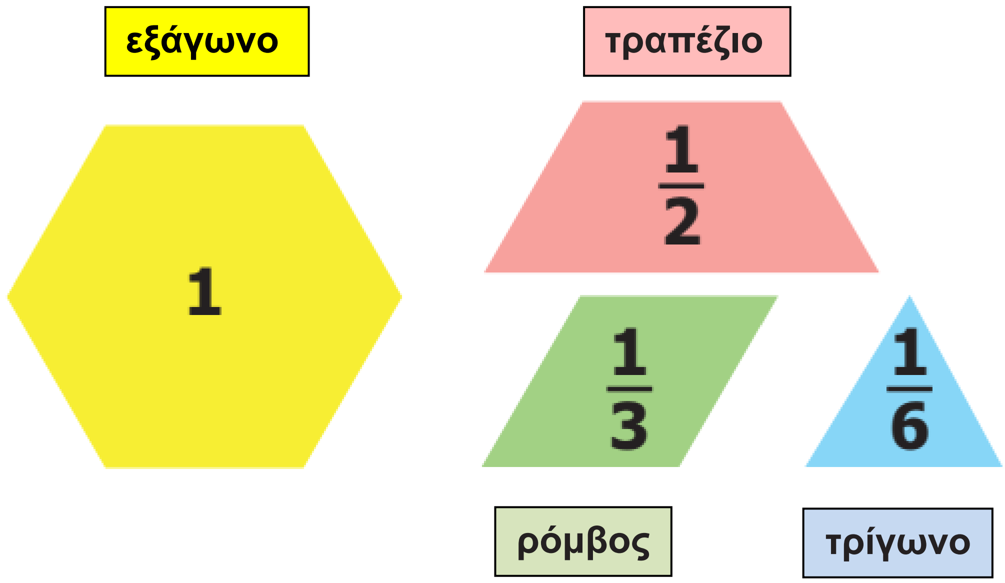
Το **τραπέζιο** είναι το $\frac{1}{2}$ της ακέραιης μονάδας.



Ο **ρόμβος** είναι το $\frac{1}{3}$ της ακέραιης μονάδας.



Το **τρίγωνο** είναι το $\frac{1}{6}$ της ακέραιης μονάδας.



Στο Παράρτημα στο τέλος του βιβλίου

βρίσκουμε και κόβουμε τα γεωμετρικά σχήματα

που μοιάζουν με τα παραπάνω σχήματα.

Χρησιμοποίησε τα παραπάνω σχήματα

και βρες τα παρακάτω γινόμενα.

$3 \times \frac{1}{2} =$	$4 \times \frac{1}{2} =$
$2 \times \frac{1}{6} =$	$\frac{1}{6} \times 2 =$
$6 \times \frac{1}{6} =$	$3 \times \frac{1}{3} =$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

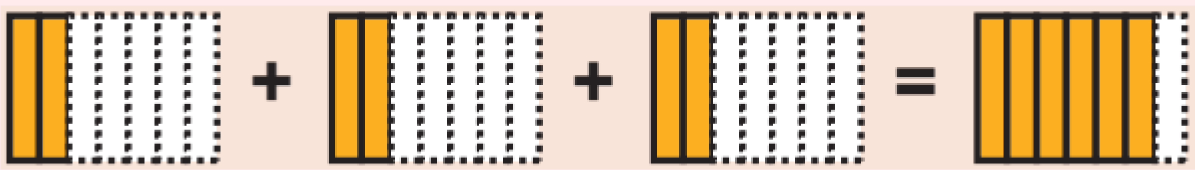
Όταν πολλαπλασιάζουμε

ένα **φυσικό** αριθμό με ένα **κλάσμα**,

ο φυσικός αριθμός μάς δείχνει **πόσες** φορές

προσθέτουμε το κλάσμα με τον **εαυτό** του.

Παραδείγματα



$$3\text{x}\frac{2}{7} = \underbrace{\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}}_{\text{3 φορές}} = \frac{3\text{x}2}{7} = \frac{6}{7}$$

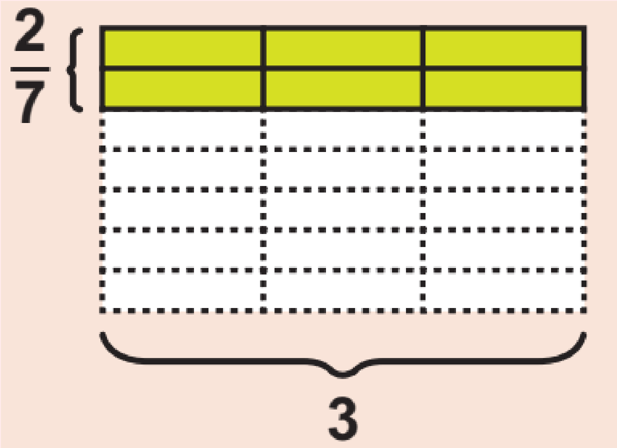
Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Αν σε έναν πολλαπλασιασμό,

αλλάξουμε τη **σειρά** των παραγόντων,

το γινόμενο **δεν** αλλάζει.

Παραδείγματα



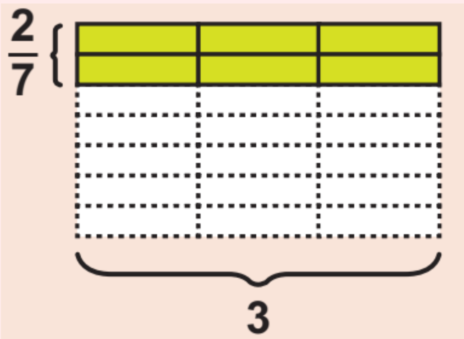
$$\frac{2}{7} \mathbf{x} 3 = 3 \mathbf{x} \frac{2}{7}$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Όταν ζητάμε ένα μέρος ενός φυσικού αριθμού,

πολλαπλασιάζουμε **κλάσμα** με **αριθμό**.

Παραδείγματα



Ζητάμε τα $\frac{2}{7}$ του φυσικού αριθμού 3.

Πολλαπλασιάζουμε το κλάσμα $\frac{2}{7}$

με τον φυσικό αριθμό 3.

$$\frac{2}{7} \mathbf{x} 3 = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}.$$

Τα $\frac{2}{7}$ του φυσικού αριθμού 3

είναι το κλάσμα $\frac{6}{7}$.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Όταν πολλαπλασιάζουμε κλάσμα με αριθμό

βρίσκουμε ένα **νέο** κλάσμα.

Πρώτα πολλαπλασιάζουμε τον **αριθμό**

με τον **αριθμητή** του κλάσματος.

Αυτό που βρίσκουμε το βάζουμε

αριθμητή στο νέο κλάσμα.

Παρονομαστή στο νέο κλάσμα βάζουμε

τον **παρονομαστή** του **πρώτου** κλάσματος.

Παραδείγματα

αριθμητής Χ φυσικό αριθμό

$$\frac{\boxed{2}}{\boxed{7}} \times \boxed{3} = \frac{\boxed{2 \times 3}}{\boxed{7}} = \frac{6}{\boxed{7}}$$

παρονομαστής ίδιος

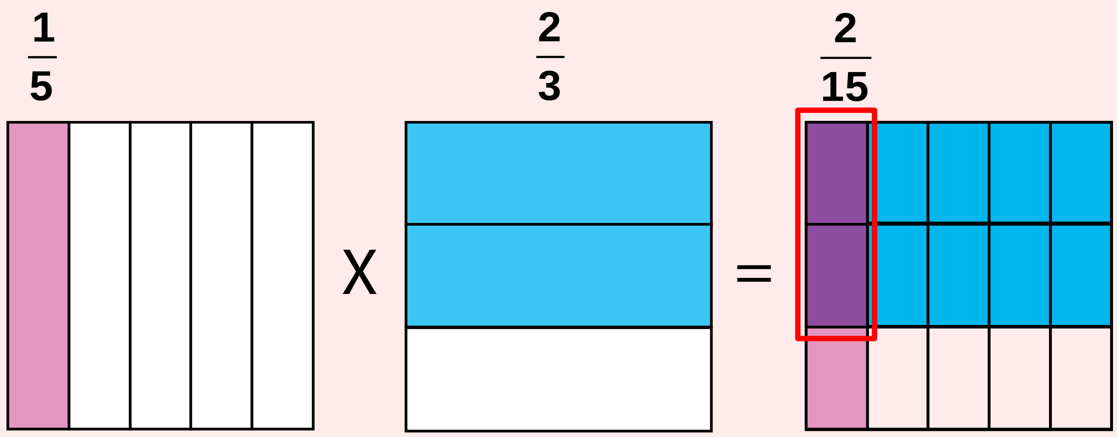
Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Όταν θέλουμε να βρούμε

ένα μέρος από ένα κλάσμα,

πολλαπλασιάζουμε **κλάσμα** με **κλάσμα**.

Παραδείγματα



Θέλουμε να βρούμε το $\frac{1}{5}$ του κλάσματος $\frac{2}{3}$.

Πρέπει να **πολλαπλασιάσουμε**

το κλάσμα το $\frac{1}{5}$ με το κλάσμα $\frac{2}{3}$.

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$

Το $\frac{1}{5}$ του κλάσματος $\frac{2}{3}$ είναι το κλάσμα $\frac{2}{15}$.

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

- Όταν πολλαπλασιάζουμε κλάσμα με κλάσμα βρίσκουμε ένα **νέο** κλάσμα.
- **Πρώτα** πολλαπλασιάζουμε τους **αριθμητές** των κλασμάτων. Αυτό που βρίσκουμε το βάζουμε **αριθμητή** στο νέο κλάσμα.
- Ύστερα πολλαπλασιάζουμε τους **παρονομαστές** των κλασμάτων. Αυτό που βρίσκουμε το βάζουμε **παρονομαστή** στο νέο κλάσμα.

Παραδείγματα

αριθμητής Χ αριθμητής

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{5}} \times \frac{\boxed{2}}{\boxed{3}} = \frac{\boxed{1x2}}{\boxed{5x3}} = \frac{2}{15}$$

παρονομαστής Χ παρονομαστής

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Ονομάζουμε δυο αριθμούς **αντίστροφους**

όταν το **γινόμενό** τους είναι **1**.

Παραδείγματα

- Ο **φυσικός αριθμός** 5 και το **κλάσμα** $\frac{1}{5}$

  είναι **αντίστροφοι** αριθμοί γιατί

  $$\frac{1}{5} x 5 = \frac{1}{5} x \frac{5}{1} = \frac{5}{5} = 1$$

- Το **κλάσμα** $\frac{7}{5}$ και το **κλάσμα** $\frac{5}{7}$

  είναι **αντίστροφοι** αριθμοί γιατί

  $$\frac{7}{5} x \frac{5}{7} = \frac{35}{35} = 1$$

Τι μαθαίνουμε και πώς μαθαίνουμε

Σε δύο **ανάγωγα** κλάσματα

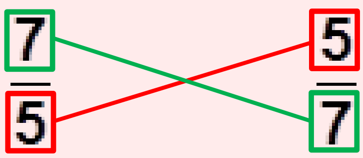
που είναι **αντίστροφοι** αριθμοί

- ο **αριθμητής** του **πρώτου** κλάσματος
  είναι **ίσος** με τον **παρονομαστή**
  του **δεύτερου** κλάσματος
- ο **παρονομαστής** του **πρώτου** κλάσματος
  είναι **ίσος** με τον **αριθμητή**
  του **δεύτερου** κλάσματος.

Παραδείγματα

Το **κλάσμα** $\frac{7}{5}$ και το **κλάσμα** $\frac{5}{7}$

είναι **αντίστροφοι** αριθμοί.



Καλά παραδείγματα

Πρόβλημα

Βρες το $\frac{1}{3}$ από το $\frac{1}{2}$ μιας σοκολάτας.

Λύση

Για να βρούμε το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ μιας σοκολάτας,

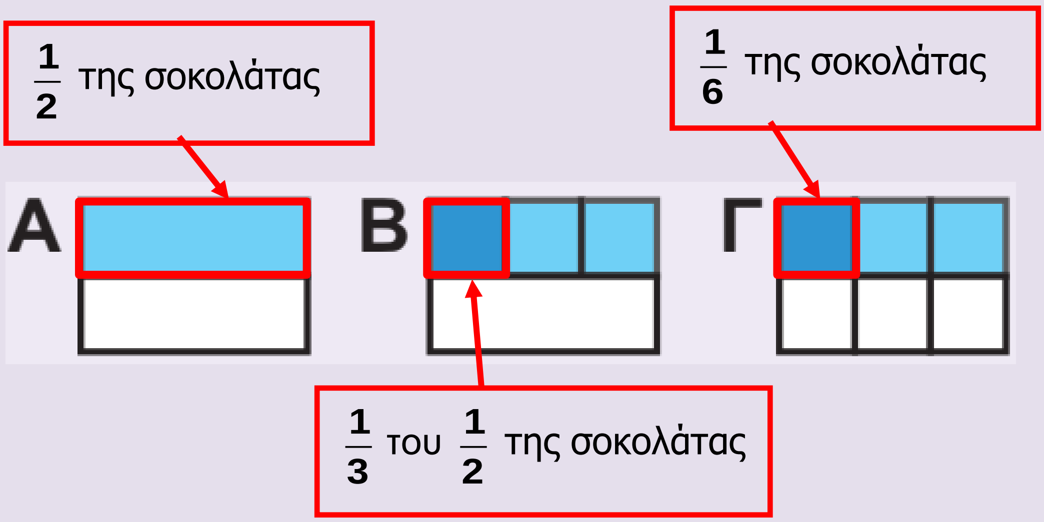
κάνουμε πολλαπλασιασμό

$$\frac{1}{3} x \frac{1}{2} = \frac{1x1}{3x2} = \frac{1}{6}.$$

Απάντηση

Το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{2}$ μιας σοκολάτας

είναι ίσο με το $\frac{1}{6}$ ολόκληρης της σοκολάτας.



Άσκηση

Βρες το γινόμενο 2 x $\mathbf{1\frac{1}{4}}$.

Λύση

Για να βρούμε το γινόμενο πρώτα θα γράψουμε

τον μεικτό αριθμό σαν κλάσμα.

Ύστερα πολλαπλασιάζουμε αριθμό με κλάσμα.

$$\mathbf{2 \times 1\frac{1}{4} = 2 \times \frac{5}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{2}{4}}$$

Τι θυμόμαστε

Γράψε στα παρακάτω κενά αριθμούς που πρέπει

Το γινόμενο $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5 \times \square}{\square \times 2} = \frac{5}{12}$

Γράψε το παρακάτω κενό τη λέξη ΝΑΙ

αν το **γινόμενο** $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$

είναι **μεγαλύτερο** από το κλάσμα $\frac{1}{2}$.

ή γράψε το παρακάτω κενό τη λέξη ΟΧΙ

αν το **γινόμενο** $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$

είναι **μικρότερο** από το κλάσμα $\frac{1}{2}$.

…………………………………..

Διάλεξε τι προτιμάς να φας

- τα $\frac{3}{4}$ της μισής πίτσας ή
- το $\frac{1}{2}$ από τα $\frac{3}{4}$ της ίδιας πίτσας.

Γράψε στα παρακάτω κενά αριθμούς που πρέπει

- Τα $\frac{3}{4}$ της μισής πίτσας

  είναι ίσα με

  $$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times \square}{\square \times 2} = \frac{3}{8}$$

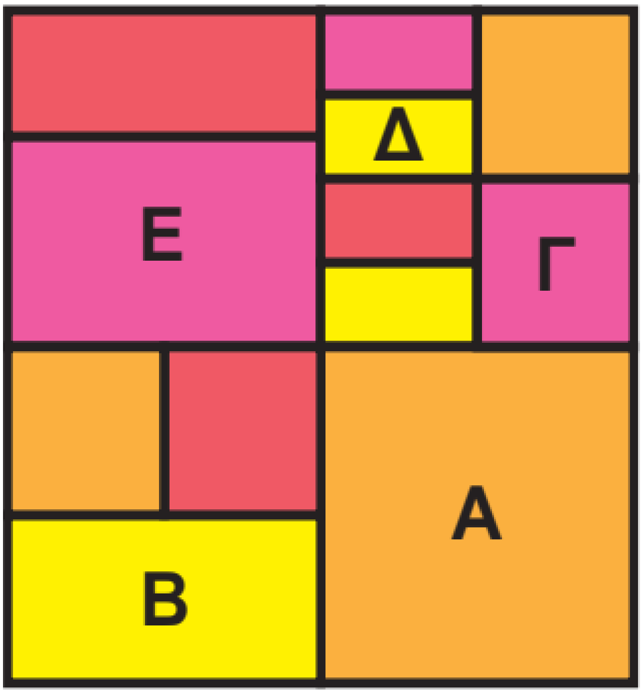
  ολόκληρης της πίτσας.

- Το $\frac{1}{2}$ από τα $\frac{3}{4}$ της ίδιας πίτσας

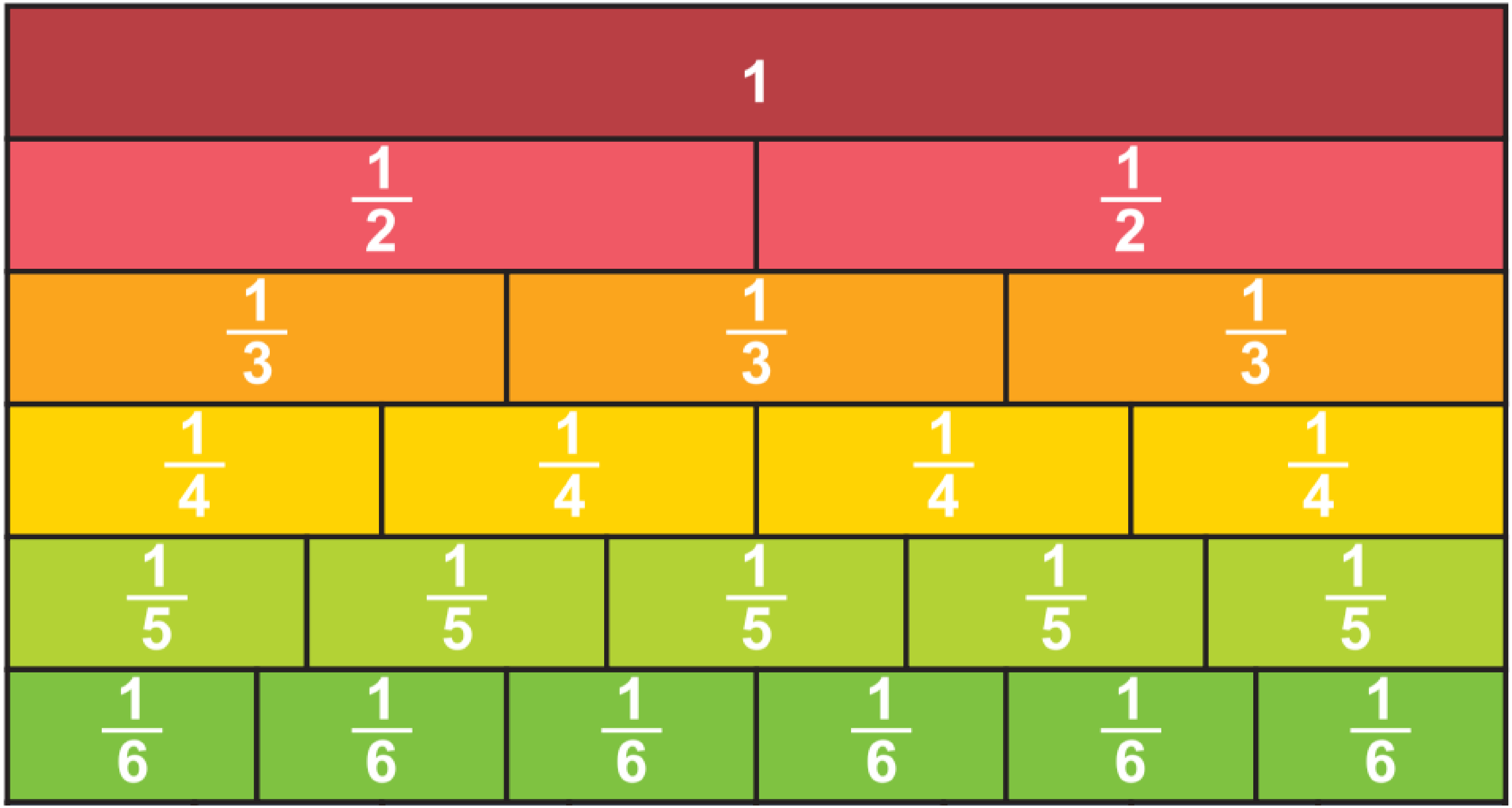
  είναι ίσο με

  $$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times \square}{\square \times 4} = \frac{3}{8}$$

  ολόκληρης της πίτσας.


Δ
Ε
Γ
Α
Β

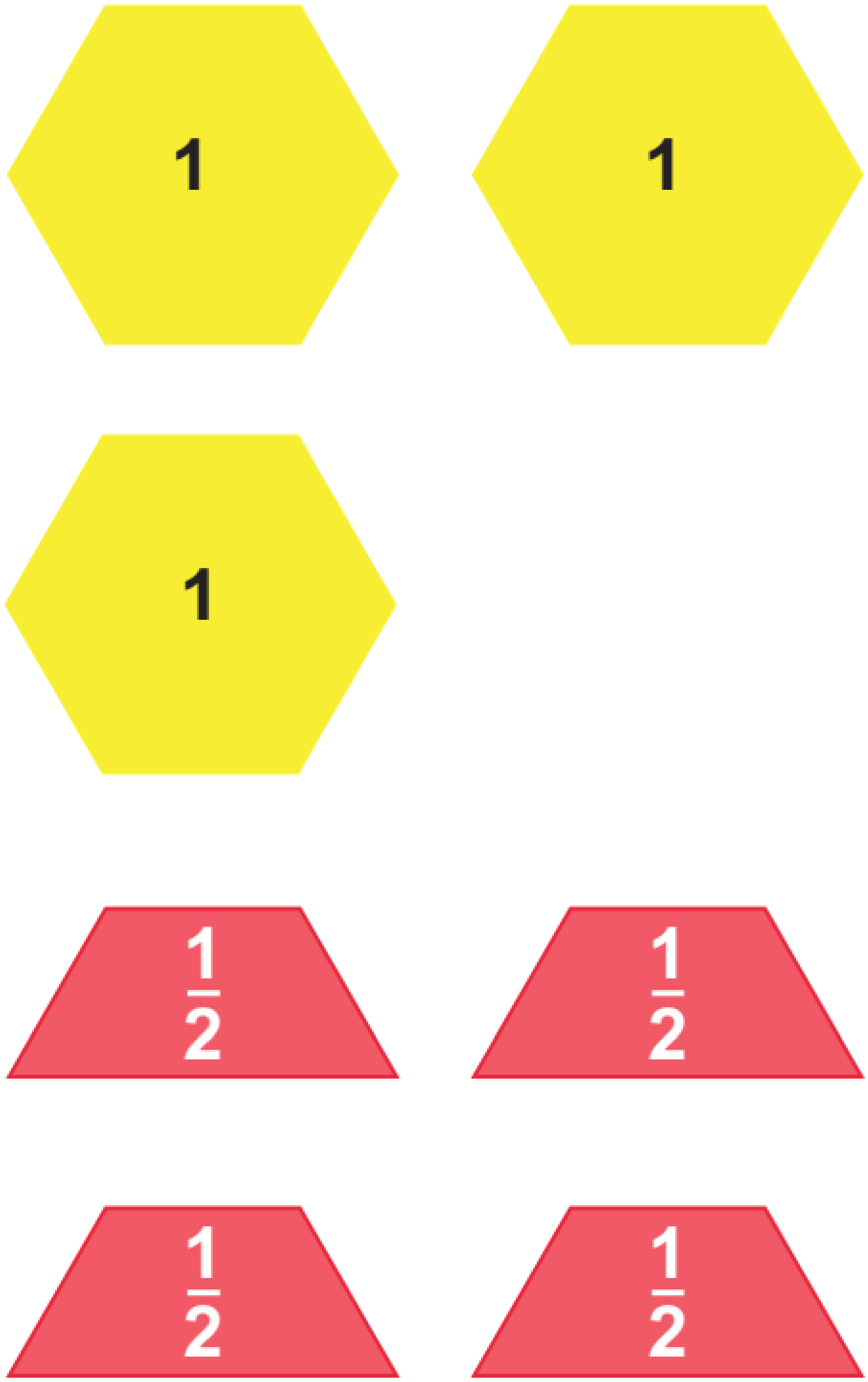
Κεφάλαια: 16, 18,

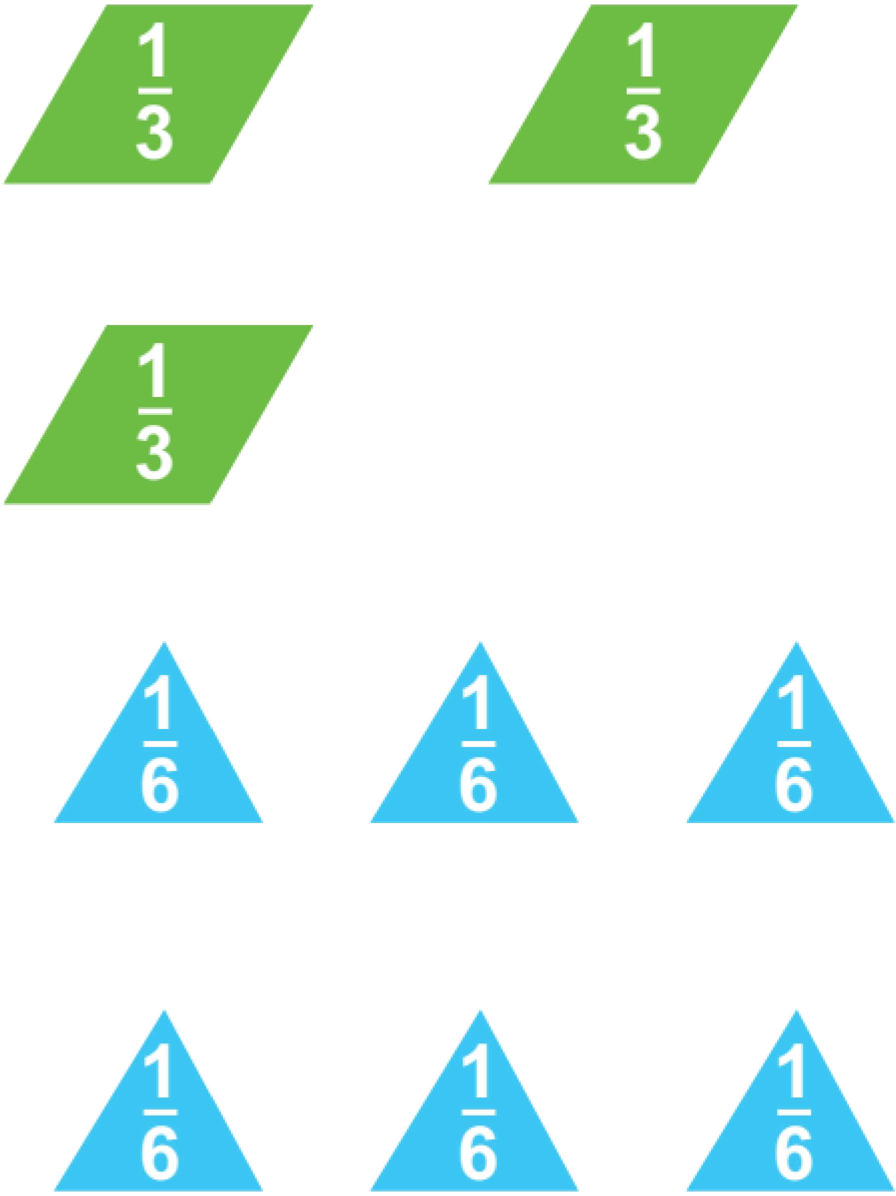


$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$

$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$

$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$


1
1
1
1/2
1/2
1/2
1/2


1/3
1/3
1/3
1/6
1/6
1/6
1/6
1/6
1/6

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 1ου ΤΟΜΟΥ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού,
Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ
2014-2020
ανάπτυξη - εργασία - αλληλεγγύη